

NGHIÊN CỨU SỬ DỤNG NANO CARBON LÀM PHỤ GIA ĐỂ CẢI THIẾN CƯỜNG ĐỘ CHO BÊ TÔNG NHỰA

Võ Hồng Lâm¹

1. Phân hiệu Trường Đại học Giao thông Vận tải tại TPHCM

Tóm tắt

Nano carbon cũng như những tính chất đặc biệt của nó đã thu hút sự quan tâm nghiên cứu và ứng dụng trong nhiều lĩnh vực khác nhau. Hiện nay, nhu cầu sử dụng các sản phẩm bê tông tính năng cao trong xây dựng ngày càng tăng, vì vậy việc sử dụng nano carbon để cải thiện một số tính chất của bê tông nhựa sẽ mang lại hiệu quả về kinh tế - kỹ thuật và bảo vệ môi trường. Bài báo này giới thiệu các kết quả nghiên cứu sử dụng nano carbon để làm phụ gia nhằm tăng cường độ cho bê tông nhựa.

1. Đặt vấn đề

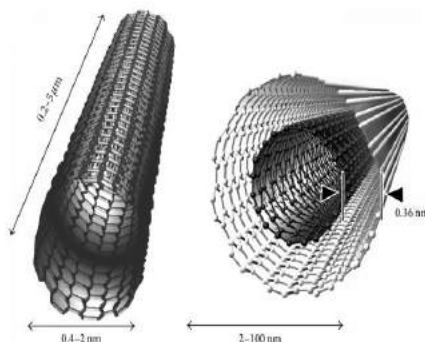
Nano carbon có dạng hạt, dạng sợi hoặc dạng ống, trong đó dạng ống được sử dụng để nghiên cứu làm phụ gia cho bê tông nhựa là phổ biến (De Melo và nnk., 2018; Hassan Latifi và nnk., 2018; A. Akbari Motlagh và nnk., 2012).

Vật liệu nano carbon dạng ống (CNTs) với đường kính ở kích thước nm (Hình 1, 2), có chiều dài từ vài nm đến μm . Ống nano carbon được phát hiện vào năm 1991 bởi Iijima. Ống nano carbon gồm hai loại chính:

- + Ống nano carbon đơn tường (SWCNT) có cấu trúc như một tấm graphene cuộn tròn lại thành hình trụ liên.
- + Ống nano carbon đa tường (MWCNT) có cấu trúc như nhiều tấm graphene lồng vào nhau và cuộn lại hoặc một tấm graphene cuộn lại thành nhiều lớp.



Hình 1. Vật liệu nano carbon dạng ống



Hình 2. Ống nano carbon đơn tường, đa tường

CNTs có độ cứng lớn, chống mài mòn tốt, nhẹ nên thường được sử dụng để gia cường trong các vật liệu composite như CNTs với polymer, CNTs với cao su, hoặc CNTs với kim loại để tăng cường độ bền, độ chống mài mòn... Đây là đặc điểm quan trọng giúp cho vật liệu nano carbon được sử dụng làm chất phụ gia cho bê tông nhựa.

2. Kết quả nghiên cứu sử dụng các ống nano carbon làm phụ gia cho bê tông nhựa

2.1. Kiểm tra, đánh giá kết quả vật liệu đầu vào

Cốt liệu lớn: đá dùng chế tạo BTNC 12,5 gồm ba loại có nguồn gốc từ mỏ Tân Đông Hiệp, Bình Dương: đá 0×5; đá 5×10; đá 10×16.

Bột khoáng: bột khoáng có tỷ diện rất lớn, vào khoảng 250-300m²/kg, nó có ái lực mạnh với nhựa, biến nhựa vốn ở trạng thái khối, giọt thành trạng thái màng mỏng, bao bọc các hạt khoáng vật. Bột khoáng có tác dụng như một chất phụ gia làm cho nhựa tăng thêm độ nhớt, thêm khả năng dính kết, tăng tính ổn định nhiệt.

Nhựa đường: sử dụng loại nhựa đường đặc nóng 60/70 của Petrolimex.

Sử dụng vật liệu CNTs đa tường cung cấp bởi Trung tâm Nghiên cứu Triển khai, Khu Công nghệ cao, Quận 9 (cũ), TP Hồ Chí Minh. Vật liệu CNTs đa tường được đựng trong bao bì, tránh ẩm.

Việc bổ sung CNTs vào trong bê tông nhựa sẽ giúp cải thiện đáng kể các đặc tính cơ học của bê tông nhựa, vì CNTs có thể hoạt động như những cầu nối hiệu quả để giảm thiểu và hạn chế sự lan truyền của các vết nứt nhỏ trong hỗn hợp. Tuy nhiên, để đạt được hiệu quả tốt nhất, CNTs cần phải được phân tán tốt (đều) trong nhựa đường để tạo ra mối liên kết tốt nhất trong bê tông nhựa. Để đảm bảo phân tán CNTs một cách đồng đều nhất, tác giả sử dụng phương pháp trộn ướt, sử dụng kỹ thuật phân tán siêu âm:

+ Cho CNTs vào dung môi để đánh tan nhằm phá vỡ mạch của CNTs bằng thiết bị đánh siêu âm.

+ Nhựa đường được sấy lên đến nhiệt độ 150°C, cho CNTs (đã phá vỡ mạch cùng với dung môi) vào và sử dụng máy khuấy trộn để CNTs được phân tán đều trong nhựa đường.

+ Thiết bị pha trộn CNTs với nhựa đường trong phòng thí nghiệm biểu thị trên Hình 3, 4.

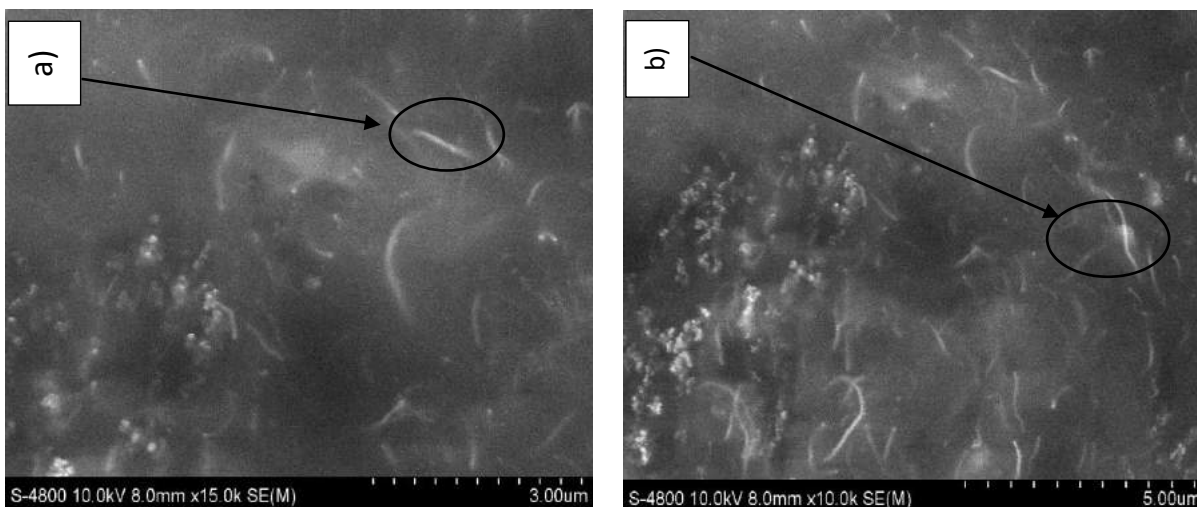


Hình 3. Thiết bị khuấy trộn



Hình 4. Thiết bị đánh siêu âm

Kết quả phân tán vật liệu CNTs vào nhựa đường như Hình 5.



Hình 5. Kết quả phân tán CNTs vào nhựa đường khi soi chiếu trên kính hiển vi

Nhận xét: Hình 5a ứng với hàm lượng CNTs 0,05%, ảnh SEM độ phóng đại của mẫu chụp 10.000 lần cho thấy CNTs phân tán đều vào trong nhựa đường. Tương tự với Hình 5b ứng với hàm lượng CNTs 0,1%.

Sau khi có mẫu nhựa đã trộn CNTs ta tiến hành chế bị các mẫu thí nghiệm chính thức.

2.2. Kết quả thí nghiệm nhựa đường

Tiến hành các thí nghiệm cho nhựa đường với các tỷ lệ nano carbon khác nhau: 0; 0,05; 0,1 và 0,15%.

Kết quả thí nghiệm như Bảng 1.

Bảng 1. Kết quả thí nghiệm nhựa đường với các tỷ lệ nano carbon khác nhau

STT	Hạng mục thí nghiệm	Đơn vị đo	Kết quả thí nghiệm (Ứng với các tỷ lệ nano carbon khác nhau, %)			
			0	0,05	0,1	0,15
1	Độ kim lún - 100g ở 25 ⁰ C, 5 giây	0,1mm	60,0	52,0	50,0	51,0
			60,0	53,0	50,0	51,0
			61,0	52,5	49,0	50,0
2	Chỉ số độ kim lún PI		-0,92	-0,89	-0,88	-0,90
3	Nhiệt độ hóa mềm (dụng cụ vòng bi)	⁰ C	47,7	49,6	50,5	50,5
			47,7	49,5	52,5	50,0
4	Độ nhớt động lực học ở 60 ⁰ C	Pa.s	256	267	272	269
5	Độ kéo dài ở 25 ⁰ C - 5cm/phút	cm	>100	>100	>100	>100
6	Hàm lượng Paraphin	%	1,52		1,55	
7	Điểm chớp cháy (cốc mở Cleveland)	⁰ C	340	353	355	351
8	Độ hòa tan trong Trichloethylene	%	99,55	99,58	99,56	99,48
9	Khối lượng riêng ở 25 ⁰ C	g/cm ³	1,034	1,034	1,034	1,035
10	Các chỉ tiêu thí nghiệm trên mẫu nhựa sau khi thí nghiệm TFOT (Thin film oven test): Chế bị mẫu theo ASTM D1754					
10.1	Tổn thất khối lượng	%	0,04	0,05	0,06	0,03
10.2	Tỷ lệ độ kim lún còn lại so với độ kim lún ban đầu ở 25 ⁰ C	% original	72,32	75,94	80,85	78,49
10.3	Độ kéo dài ở 25 ⁰ C - 5cm/phút	cm	>50	79,8	82,2	80
11	Độ dính bám với đá	cấp	3	3	3	4

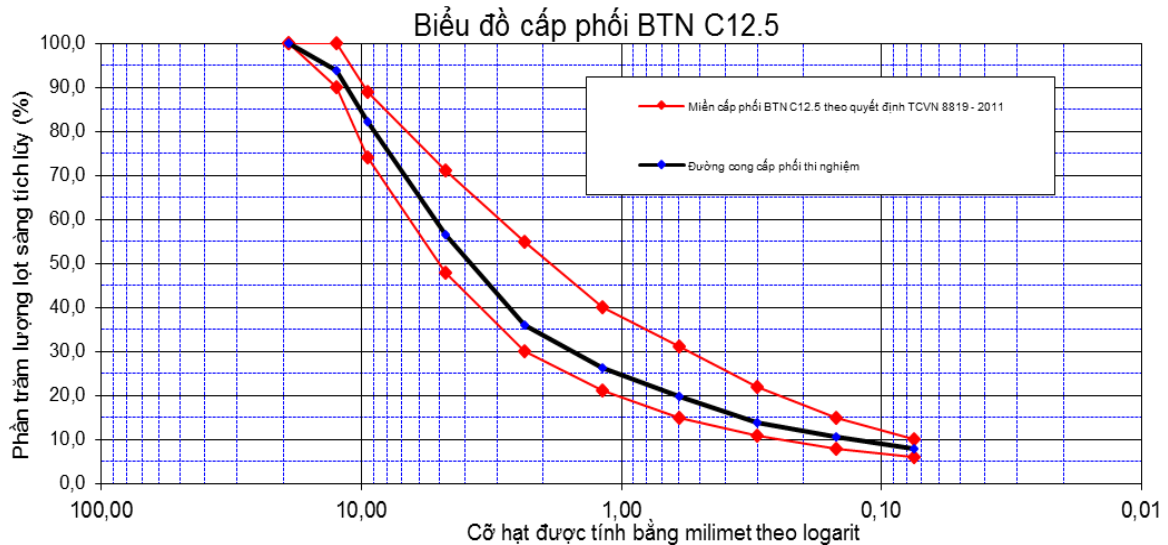
Kết quả mẫu vật liệu đạt yêu cầu theo thông tư số 27/2014/TT-BGTVT.

2.3. Thí nghiệm độ ổn định Marshall (Võ Hồng Lâm và nnk., 2019)

Vật liệu và các thí nghiệm được thực hiện tại Phòng thí nghiệm trọng điểm Đường bộ III.

Sau khi có kết quả kiểm tra vật liệu đầu vào, tiến hành công tác thiết kế cấp phối bê tông nhựa theo phương pháp Marshall (Viện Khoa học và Công nghệ Giao thông Vận tải, 2011).

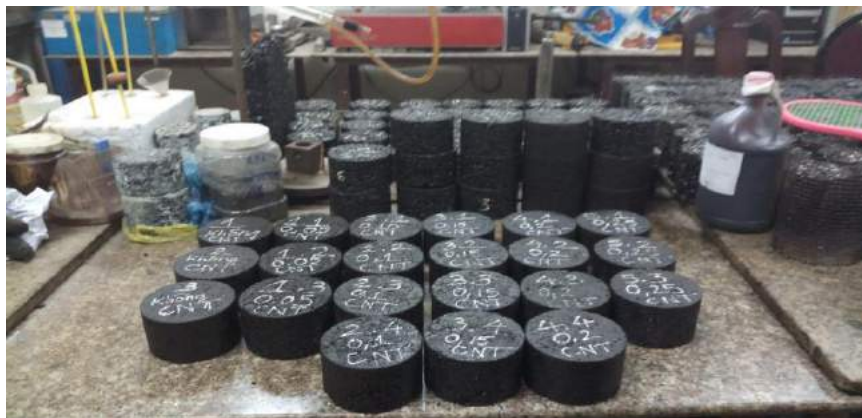
Đường cong cấp phối được sử dụng để thiết kế hỗn hợp BTN trong nghiên cứu này biểu thị trên Hình 6.



Hình 6. Đường cong cấp phối hỗn hợp sau khi phối trộn

Lần lượt chọn các hàm lượng nhựa là 3,5%; 4,0%; 4,5%; 5,0%; 5,5% để tiến hành đúc mẫu thí nghiệm các chỉ tiêu cơ lý, chỉ tiêu Marshall nhằm xác định hàm lượng nhựa tối ưu của BTNC12.5 sử dụng nhựa 60/70. Từ kết quả thí nghiệm lựa chọn được hàm lượng nhựa tối ưu của hỗn hợp là 5,26%.

Sau khi xác định được hàm lượng nhựa tối ưu, tiến hành trộn thêm CNTs vào nhựa đường với hàm lượng tăng dần: 0,05%; 0,1%; 0,15%; 0,2%; 0,25% so với khối lượng nhựa. Sau đó tiến hành tạo mẫu hỗn hợp BTNC12.5 như Hình 7.



Hình 7. Chế bị mẫu với các tỷ lệ: 0%; 0,05%; 0,1%; 0,15%; 0,2% và 0,25% CNTs thêm vào trong nhựa đường

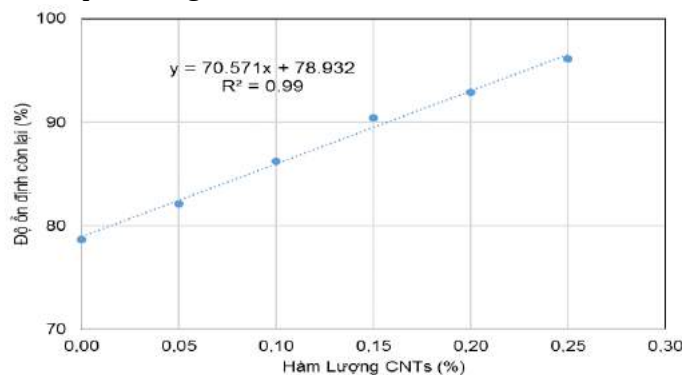
Kết quả thí nghiệm độ ổn định Mashall (Viện Khoa học và Công nghệ Giao thông Vận tải, 2011) được thống kê trên Bảng 2.

Bảng 2. Kết quả thí nghiệm các chỉ tiêu kỹ thuật BTNC 12.5 có sử dụng CNTs

STT	Hàm lượng CNTs (%)	Khối lượng thể tích, (g/cm ³)	Khối lượng riêng, (g/cm ³)	Độ rỗng dư (%)	Độ ổn định Marshall (KN)	Độ dẻo Marshall (mm)
1	0	2,367	2,515	5,90	11,55	3,49
2	0,05	2,368	2,515	5,86	11,95	3,87
3	0,1	2,368	2,515	5,82	13,25	3,95
4	0,15	2,368	2,515	5,82	13,63	3,94
5	0,2	2,374	2,516	5,64	14,15	3,89
6	0,25	2,403	2,519	4,58	15	3,84

Như vậy kết quả thí nghiệm các chỉ tiêu kỹ thuật ở trên thỏa mãn các chỉ tiêu kỹ thuật yêu cầu của TCVN 8819:2011 (Viện Khoa học và Công nghệ Giao thông Vận tải, 2011). Từ kết quả thí nghiệm trong Bảng 2 cho thấy độ ổn định Marshall của bê tông nhựa tăng theo hàm lượng CNTs trộn vào nhựa đường. Cụ thể khi thêm 0,1% CNTs thì độ ổn định tăng 14,7%; thêm 0,25% CNTs thì độ ổn định tăng 29,9%. Điều này cho thấy CNTs cải thiện được độ bền của bê tông nhựa.

Hình 8 thể hiện kết quả thí nghiệm độ ổn định còn lại theo TCVN 8819:2011.



Hình 8. Độ ổn định còn lại theo các hàm lượng CNTs khác nhau

Từ kết quả thí nghiệm độ ổn định còn lại theo Hình 8 cho thấy: khi tăng hàm lượng CNTs vào nhựa đường từ 0% đến 0,25%, thì độ ổn định còn lại tăng rõ rệt từ 78% đến 96%. Với kết quả này cho thấy nếu sử dụng loại BTN này trong môi trường ẩm ướt thì tuổi thọ của kết cấu áo đường sẽ cải thiện đáng kể.

Có thể tạm thời thiết lập mối liên hệ giữa độ ổn định còn lại và hàm lượng CNTs hồi quy theo quy luật hàm tuyến tính như biểu thức (1) với hệ số R bình phương là 0,99.

$$TSR = 70,57 \times \text{CNTs} + 78,93 \quad (1)$$

Trong đó: TSR: độ ổn định còn lại (%); CNTs: hàm lượng Nano carbon trong nhựa đường (%).

2.4. Thí nghiệm ép chế (Võ Hồng Lâm và nnk., 2019)

Phương pháp chế tạo mẫu bê tông nhựa C12.5 ở đây là trộn thêm CNTs vào nhựa đường với tỷ lệ lần lượt là: 0%; 0,05%; 0,1%; 0,15%; 0,2% và 0,25% về mặt khối lượng. Chuẩn bị mẫu Marshall tiêu chuẩn $d=101,6 \text{ mm} \pm 0,25\text{mm}$, $h=63,5\text{mm} \pm 1,3\text{mm}$. Thí nghiệm ép chế thực hiện theo TCVN 8862:2011 (Viện Khoa học và Công nghệ Giao thông Vận tải, 2011).

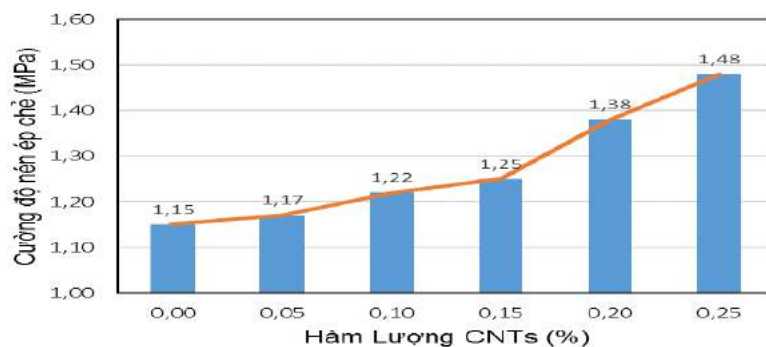


Hình 9. Mẫu thí nghiệm sau chế bị chuẩn bị ép chế



Hình 10. Ép chế mẫu thử

Kết quả thí nghiệm nén ép chế theo các hàm lượng CNTs khác nhau được thể hiện trên Hình 11.



Hình 11. Thí nghiệm cường độ nén ép chế theo các hàm lượng CNTs khác nhau

Nhận xét: Từ kết quả thí nghiệm cho thấy cường độ ép chế của bê tông nhựa cũng tăng theo hàm lượng CNTs. Cụ thể, khi trộn thêm 0,1% CNTs thì cường độ ép chế tăng 6%; khi trộn thêm 0,25% CNTs thì cường độ ép chế tăng 28,8%. Cường độ ép chế BTN tăng nhanh theo hàm lượng CNTs trộn vào trong nhựa đường.

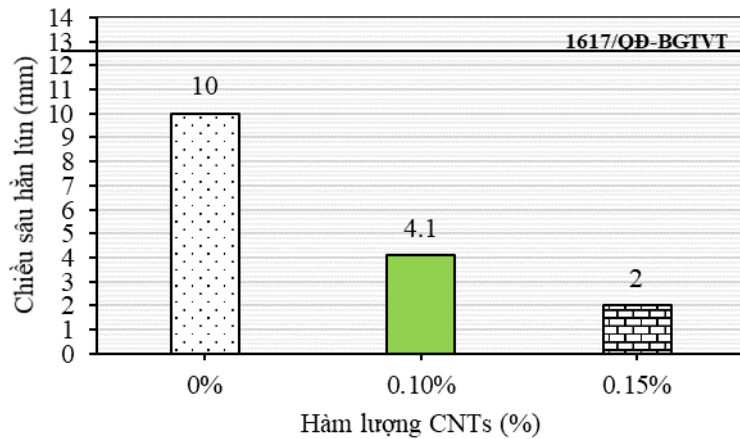
2.5. Khả năng kháng lún vệt bánh xe (Võ Hồng Lâm, 2019)

Thí nghiệm hằn lún vệt bánh xe được tiến hành theo Quyết định số 1617/QĐ-BGTVT trong môi trường nước ở nhiệt độ 50°C. Mẫu thí nghiệm với kích thước 320×260×50mm cho các hàm lượng CNTs của lần lượt là 0%; 0,1% và 0,15%. Thí nghiệm trong phòng về độ lún vệt bánh xe bằng thiết bị HWTD (Hamburg Wheel Tracking Device).



Hình 12. Mẫu sau khi chạy HLVBX: (a) không sử dụng CNTs; (b) 0,1% CNTs; (c) 0,15% CNTs

Ở 15.000 chu kỳ tác dụng của tải trọng, chiều sâu hằn lún vết bánh xe của mẫu thử có từ 0,1% và 0,15% CNTs lần lượt là 4,1mm và 2,0mm (giảm từ 59% đến 80% so với mẫu thử không có CNTs).



Hình 13. Chiều sâu hằn lún vết bánh xe với các hàm lượng CNTs khác nhau

Theo kết quả so sánh chiều sâu hằn lún vết bánh xe (Hình 13) của các mẫu BTN có sử dụng và không sử dụng CNTs tại 15.000 chu kỳ tác dụng của tải trọng cho thấy: khi thêm 0,1% và 0,15% CNTs vào BTN, chiều sâu hằn lún vết bánh xe lần lượt là 4,1mm và 2,0mm (giảm từ 59% đến 80% so với mẫu thử không có CNTs).

2.6. Kết quả thí nghiệm mô đun đàn hồi tĩnh

Việc chế tạo mẫu bê tông nhựa C12.5 để thí nghiệm mô đun đàn hồi tĩnh với các hàm lượng CNTs thêm vào nhựa đường lần lượt là: 0%; 0,05%; 0,1%; 0,15%; 0,2% và 0,25% về mặt khối lượng. Thí nghiệm mô đun đàn hồi thực hiện theo hướng dẫn của Phụ lục C – 22TCN211-06 (Bộ Giao thông Vận tải, 2006).

Kết quả thí nghiệm mô đun đàn hồi được thống kê trên Bảng 3.

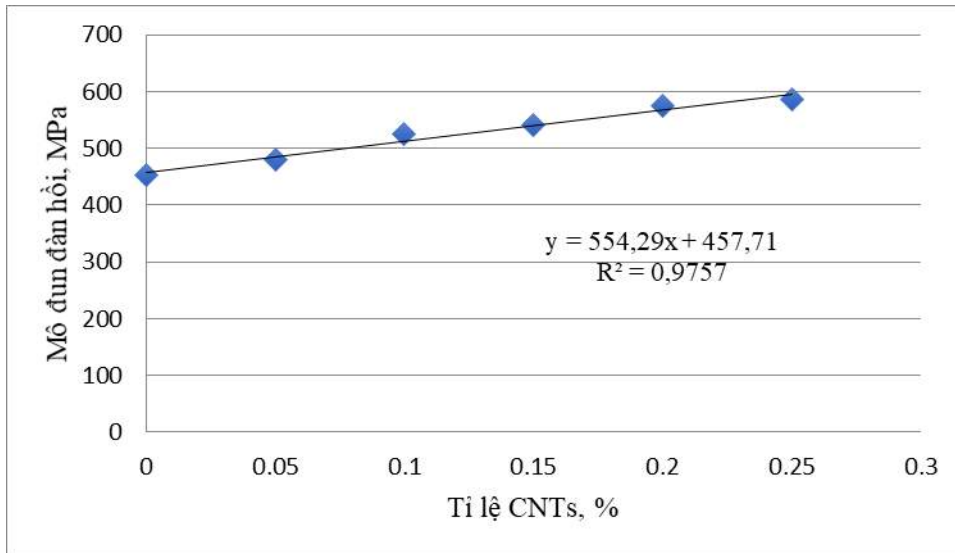
Bảng 3. Kết quả thí nghiệm mô đun đàn hồi BTNC12.5 có sử dụng CNTs

Ký hiệu mẫu		Kích thước mẫu, mm		Thể tích mẫu, cm ³	Khối lượng mẫu, g	Khối lượng thể tích khô, g/cm ³	
		H	D			Thí nghiệm	Trung bình
M1		102,9	101,6	833,8	1904,3	2,284	2,287
M2		102,7	101,6	832,2	1906,3	2,291	
STT	Đơn vị	Giá trị mô đun đàn hồi (Ứng với các tỷ lệ CNTs khác nhau, %)					
		0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25
1	MPa	452	481	526	542	574	587
2	Psi	65,555	69,756	76,224	78,666	83,250	85,108

Từ kết quả thí nghiệm trong Bảng 3, có các nhận xét như sau:

– Giá trị mô đun đàn hồi của bê tông nhựa tăng theo hàm lượng CNTs trộn vào nhựa đường. Cụ thể khi thêm lần lượt 0,05; 0,1; 0,15; 0,2; và 0,25% CNTs thì mô đun đàn hồi của bê tông nhựa tăng lần lượt là 6,4; 15,4; 17,1; 22,5 và 23,5% so với mẫu bê tông nhựa không có CNTs. Mô đun đàn hồi của bê tông nhựa tăng nhiều nhất khi gia cố CNTs ở tỷ lệ 0,1%.

– Có thể thiết lập mối liên hệ giữa giá trị mô đun đàn hồi của bê tông nhựa và hàm lượng CNTs hồi quy theo quy luật hàm tuyến tính như biểu thức (2) với hệ số R bình phương là 0,976.



Hình 14. Biểu đồ tương quan giữa mô đun đàn hồi bê tông nhựa và hàm lượng CNTs

Phương trình tương quan:

$$E_{dh} = 554,29xA + 457,71 \quad (2)$$

Trong đó: E_{dh} : giá trị mô đun đàn hồi của bê tông nhựa, Mpa;

A: hàm lượng CNTs trong nhựa đường, %.

3. Kết luận

Qua quá trình nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm trong phòng thí nghiệm, có thể rút ra một số kết luận như sau:

– Bước đầu nghiên cứu cho thấy việc trộn thêm các ống nano carbon (CNTs) vào nhựa đường chế tạo bê tông nhựa với một hàm lượng hợp lý (từ 0,05-0,25%) sẽ làm tăng độ ổn định Marshall cũng như cường độ ép chẻ của bê tông nhựa.

– Kết quả nghiên cứu cho thấy việc sử dụng các ống nano carbon làm phụ gia cho bê tông nhựa với hàm lượng từ 0,1% đến 0,15% cũng làm giảm đáng kể hằn lún vệt bánh xe cho bê tông nhựa (giảm từ 59% đến 80% so với mẫu thử không có CNTs). Do vậy, trong điều kiện khu vực ngập nước và nắng nóng như ở Thành phố Hồ Chí Minh hiện nay nếu sử dụng loại phụ gia này để chế tạo BTN làm lớp mặt cho kết cấu áo đường mềm sẽ là một giải pháp hết sức hữu hiệu trong việc gia cường khả năng kháng lún cũng như giảm phá hoại của kết cấu mặt đường dưới tác dụng của tải trọng xe chạy và môi trường ẩm ướt.

– Ngoài ra, việc trộn thêm CNTs vào nhựa đường chế tạo bê tông nhựa với một hàm lượng hợp lý (khoảng 0,1% theo khối lượng nhựa đường) sẽ làm tăng mô đun đàn hồi của bê tông nhựa lên 15,4%, đồng nghĩa với việc có thể giảm được chiều dày của lớp bê tông nhựa trong kết cấu áo đường mềm.

Sử dụng vật liệu CNTs làm phụ gia cho bê tông nhựa sẽ làm tăng giá thành của bê tông nhựa. Tuy nhiên, việc sử dụng CNTs đã làm thay đổi cường độ của bê tông nhựa theo xu hướng tích cực, với một lượng nhỏ CNTs được thêm vào thì cường độ tăng lên rõ rệt, do đó kết cấu mặt đường sử dụng bê tông nhựa có phụ gia CNTs sẽ có chiều dày mỏng hơn nên giá thành về kết cấu có thể chênh lệch không nhiều. Khuyến cáo nên sử dụng hàm lượng CNTs từ 0,05-0,1% để đạt được sự hợp lý về kinh tế – kỹ thuật.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Akbari Motlagh, A. Kiasat, E. Mirzaei and F. Omid Birgani (2012), “Bitumen Modification Using Carbon Nanotubes”. *World Applied Sciences Journal* 18 (4): 594-599, 2012. ISSN 1818-4952. [DOI: 10.5829/idosi.wasj.2012.18.04.1443].
2. Bộ Giao thông Vận tải (2006), Quy trình thiết kế áo đường mềm, Tiêu chuẩn 22TCN211-06.
3. De Melo, Joao Victor Staub; Trichês, Glicério; de Rosso, Luca. (2018), “Experimental evaluation of the influence of reinforcement with Multi-Walled Carbon Nanotubes (MWCNTs) on the properties and fatigue life of hot mix asphalt”. *Construction and Building Materials*. Volume 162 issue 2018 [doi 10.1016%2Fj.conbuildmat.2017.12.033].
4. Hassan Latifi, Parham Hayati (2018), “Evaluating the effects of the wet and simple processes for including carbon Nanotube modifier in hot mix asphalt”. *Construction and Building Materials*. Volume 164 issue 2018 [doi 10.1016%2Fj.conbuildmat.2017.12.237].
5. M. Faramarzi, M. Arabani, A. K. Haghi, and V. Mottaghitalab (2015), “Carbon Nanotubes-modified Asphalt Binder: Preparation and Characterization”. *International Journal of Pavement Research and Technology*. Vol.8 No.1 Jan. 2015.
6. TCVN 8860:2011, Bê tông nhựa – Phương pháp thử (trọn bộ).
7. TCVN 8820:2011, Hỗn hợp Bê tông nhựa nóng – Thiết kế theo phương pháp Marshall.
8. TCVN 8819:2011, Mặt đường Bê tông nhựa nóng – Yêu cầu thi công và nghiệm thu.
9. TCVN 8862:2011, Quy trình thí nghiệm xác định cường độ kéo khi ép chữ của vật liệu hạt liên kết bằng các chất kết dính, tiêu chuẩn.
10. Võ Hồng Lâm (2019), Nghiên cứu sử dụng nano carbon làm phụ gia tăng cường khả năng chống lún vệt bánh xe của bê tông nhựa trong phòng thí nghiệm, Đề tài NCKH cấp trường.
11. Võ Hồng Lâm, Lê Văn Bách, Lê Văn Phúc (2019), Bước đầu sử dụng nano carbon làm phụ gia để cải thiện cường độ cho bê tông nhựa, *Tạp chí Giao thông Vận tải*, Số tháng 10, trang 75-82.

NGHIÊN CỨU SỬ DỤNG NANO SiO_2 ĐIỀU CHẾ TỪ TRO TRẤU LÀM TĂNG MỘT SỐ CHỈ TIÊU CƠ LÝ BÊ TÔNG XI MĂNG

Trần Hữu Bằng¹, Nguyễn Hải Linh¹, Phú Thị Tuyết Nga¹

1. Trường Đại học Thủ Dầu Một.

Tóm tắt

Bài báo trình bày về việc sử dụng nano SiO_2 (NS) điều chế từ tro trấu làm phụ gia khoáng cho bê tông xi măng (BTXM). Kết quả nghiên cứu cho thấy khi sử dụng nano SiO_2 hàm lượng từ $(0 \div 2)\%$ theo khối lượng xi măng, đã làm tăng cường độ nén, tăng khả năng chống thấm ion clo của bê tông, tăng hệ số thấm và độ thấm sâu khi BTXM sử dụng NS (mức độ giảm độ thấm) so với BTXM thông thường. Điều này làm tăng khả năng ứng dụng của BTXM sử dụng phụ gia khoáng NS, giảm hàm lượng xi măng trong bê tông, tăng lượng sử dụng phế thải từ tro trấu, giúp giảm thiểu ô nhiễm môi trường, đáp ứng nhu cầu phát triển bền vững trong xây dựng công trình.

1. Đặt vấn đề

Hiện nay các nghiên cứu sử dụng NS làm phụ gia để tăng chất lượng của BTXM đã được thực hiện ở nhiều nước trên thế giới như Mỹ (Said và nnk, 2009; Schoepfer và nnk, 2009; Konstantin Sobolev và nnk, 2006), Italy (Khanzadi M và nnk, 2010) và Trung Quốc (Ye Q và nnk, 2007; Li G. và Zhao X., 2003). Việt Nam là nước nông nghiệp có sản lượng lúa lớn, lượng vỏ trấu thải ra hàng năm rất nhiều. Giải pháp sử dụng NS điều chế từ tro trấu làm tăng chất lượng của BTXM sẽ mang lại hiệu quả cao. Trong công trình nghiên cứu (Trần Hữu Bằng, Lê Văn Bách, 2017), vật liệu NS điều chế từ tro trấu khu vực miền Tây Nam Bộ cho thấy vật liệu sử dụng NS đạt kết quả cường độ kéo uốn, nén cao hơn so với mẫu thông thường. Các hạt NS có thể lấp đầy các lỗ rỗng trong cấu trúc gel C-S-H và hoạt động như một hạt nhân để liên kết chặt chẽ và làm tăng tính bền vững của các hạt gel, từ đó giúp cải thiện tính cơ học và tăng độ bền vững của mẫu vữa xi măng nano SiO_2 . Trong công trình này, chúng tôi nghiên cứu ảnh hưởng của hàm lượng NS đến cường độ nén, khả năng chống thấm ion clo, hệ số thấm và độ thấm sâu của BTXM với cường độ nén chịu nén là 50 MPa của mẫu thử ở 3, 7 và 28 ngày tuổi.

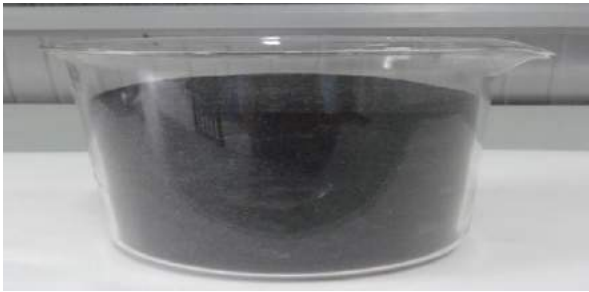
2. Nội dung chính

Thí nghiệm được tiến hành ở phòng thí nghiệm vật liệu xây dựng LAS-XD 238 – Trung tâm Nghiên cứu Công nghệ và Thiết bị Công nghiệp của Trường Đại học Bách Khoa TP HCM; Phòng thí nghiệm Kiểm định Xây dựng LAS-XD 498 của Liên hiệp Khoa học Địa chất Kiểm định Nền móng Xây dựng Sài Gòn và Phòng Thí nghiệm Vật liệu Xây dựng LAS-XD 143, Viện Khoa học Thủy lợi Miền Nam (Nguyễn Văn Hưng và nnk, 2015).

2.1. Vật liệu thí nghiệm

2.1.1. Nano SiO₂ điều chế từ tro trấu

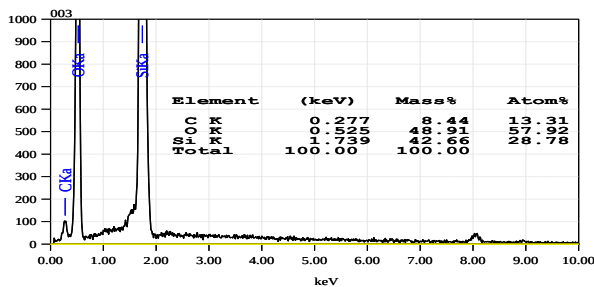
Nguyên liệu tro trấu được lấy từ các nhà máy công nghiệp khu vực miền Tây Nam Bộ, cụ thể là tại Nhà máy Gạch khối Tân Kỷ Nguyên tọa lạc tại Khu Công nghiệp Thịnh Phát, huyện Bến Lức, tỉnh Long An. Các hóa chất chính được sử dụng trong thực nghiệm là NaOH và HCl của hãng Xilong, Trung Quốc. NS sử dụng trong công trình nghiên cứu này được điều chế từ tro trấu tại phòng Công nghiệp Hóa – Môi trường, Viện HAUI, Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội. NS thu được ở dạng bột, màu trắng rất mịn (Hình 2). Để xác định một số tính chất đặc trưng của vật liệu NS các thử nghiệm EDX, XDR, SEM, TEM, BET đã được tiến hành (Nguyễn Văn Hưng và nnk, 2015).



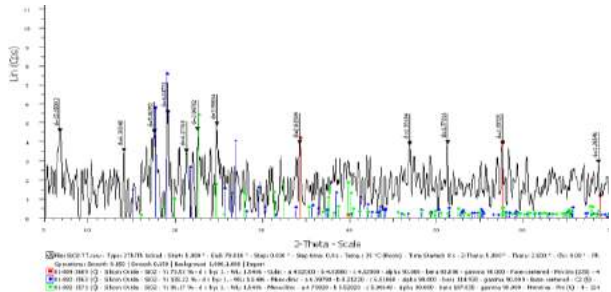
Hình 1. Tro trấu sau khi được nghiền đều qua rây và sấy khô



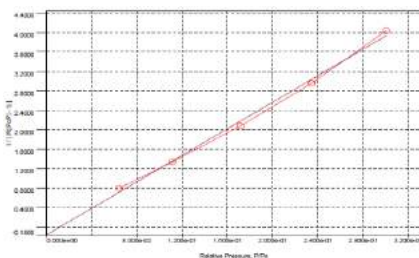
Hình 2. Bột nano SiO₂ thu được từ tro trấu



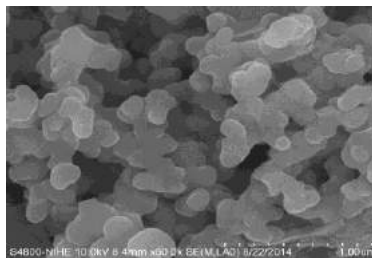
Hình 3. Phổ EDX và thành phần các nguyên tố trong mẫu SiO₂



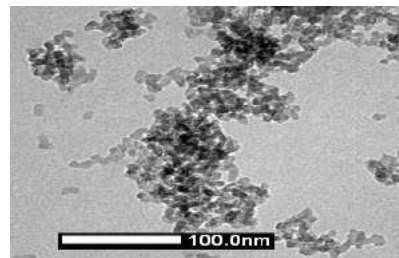
Hình 4. Giải đồ XRD của mẫu SiO₂



Hình 5. Đường biểu diễn tọa độ BET của mẫu SiO₂



Hình 6. Ảnh SEM của mẫu SiO₂



Hình 7. Ảnh TEM của mẫu SiO₂

Nhận xét: Kết quả ghi phổ EDX (Hình 3) cho thấy, vật liệu SiO₂ có thành phần nguyên tử chủ yếu là Si (28,78%) và O (57,92%), tỷ lệ % nguyên tử Si:O xấp xỉ 1:2. Như vậy, vật liệu SiO₂ điều chế được khá tinh khiết. Kết quả XRD (Hình 4) cho thấy, mẫu nghiên cứu tồn tại chủ yếu ở dạng pha tinh thể. Bên cạnh pha tinh thể mẫu SiO₂ còn xen lẫn một ít pha SiO₂ vô định hình. Kết quả BET (Hình 5) xác định được diện tích bề mặt riêng của nano SiO₂ ~ 258,3

m²/g. Kết quả SEM (Hình 6) và ảnh TEM (Hình 7) cho thấy, vật liệu NS điều chế từ tro trấu có kích thước hạt bé (khoảng 10 đến 15 nm); SiO₂ ở dạng tinh thể gồm nhiều hạt nhỏ kết tụ lại với nhau tạo nên các khối SiO₂ có cấu trúc xốp. Đây là đặc điểm quan trọng giúp cho vật liệu NS tách từ tro có đặc tính hấp thụ tốt cũng như giúp tăng nhanh quá trình khoáng hóa khi sử dụng làm chất phụ gia cho BTXM (Nguyễn Văn Hưng và nnk, 2015).

2.2.2. Xi măng

Xi măng dùng trong nghiên cứu này là loại PC40 của Hà Tiên các chỉ tiêu chất lượng của xi măng với thành phần khoáng chất được thể hiện (Bảng 1) được nhà sản xuất đưa ra phù hợp với tiêu chuẩn quy định yêu cầu kỹ thuật của xi măng Poóc Lãng - TCVN 2682:2009.

Bảng 1. Khoáng vật của xi măng Hà Tiên PC40

C ₃ S	C ₂ S	C ₃ A	C ₄ AF
51,74	24,20	8,16	10,35

2.1.3. Cốt liệu

Mẫu vật liệu được lấy trực tiếp tại Nhà máy Bê tông tươi Thế Giới Nhà tọa lạc tại Quận 9 (cũ), Thành phố Hồ Chí Minh (Hình 8).



Hình 8. Lấy mẫu vật liệu cát + đá tại Trạm trộn bê tông Thế Giới Nhà

– Cốt liệu nhỏ được sử dụng là cát được lấy mẫu từ lòng hồ Trị An, huyện Vĩnh Cửu, tỉnh Đồng Nai phù hợp các chỉ tiêu cơ lý được quy định trong Bảng 2, phù hợp và đạt yêu cầu kỹ thuật cốt liệu cho bê tông và vữa theo TCVN 7570:2006.

Bảng 2. Các chỉ tiêu cơ lý cát của huyện Vĩnh Cửu, tỉnh Đồng Nai

TT	Tên chỉ tiêu	Đơn vị	Kết quả	Phương pháp thử
1	Khối lượng riêng	g/cm ³	2.66	TCVN 7572-4:2006
2	Thể tích xốp	Kg/m ³	1.51	TCVN 7572-6:2006
3	Độ hút nước	%	0.42	TCVN 7572-4:2006
4	Mô đun độ lớn	-	2.66	TCVN 7572-2:2006
5	Hàm lượng bùn sét	%	0.95	TCVN 7572-8:2006
6	Hàm lượng ion Cl ⁻	%	0.027	TCVN 7572-15:2006
7	Hàm lượng mica	%	0.35	TCVN 7572-20:2006

– Cốt liệu lớn được sử dụng là đá dăm tại Tân Đông Hiệp, Bình Dương phù hợp các chỉ tiêu cơ lý được quy định trong Bảng 3, phù hợp và đạt yêu cầu kỹ thuật cốt liệu cho bê tông và vữa theo TCVN 7570:2006.

Bảng 3. Các chỉ tiêu cơ lý đá đầm $D_{max}=19\text{mm}$ ở Tân Đông Hiệp, Bình Dương

TT	Tên các chỉ tiêu	Đơn vị	Kết quả	Phương pháp thử
1	Khối lượng riêng	g/cm^3	2.78	TCVN 7572-5:2006
2	Khối lượng thể tích	g/cm^3	1.65	TCVN 7572-6:2006
3	Độ hút nước	%	2,18	TCVN 7572-5:2006
4	Độ rỗng		47.97	TCVN 7572-6:2006
5	Hạt thoai dẹt	%	10.13	TCVN 7572-13:2006
6	Độ mài mòn Los Angeles	%	24.76	TCVN 7572-12:2006
7	Hàm lượng bùn sét	%	0.61	TCVN 7572-8:2006
8	Hàm lượng phong hóa	%	2.05	TCVN 7572-13:2006

2.1.4. Phụ gia siêu dẻo

Thí nghiệm sử dụng phụ gia Sika Viscocrete 3000-20 là chất siêu hóa dẻo công nghệ cao gốc polyme thể hệ thứ 3 với hiệu quả tạo độ xốp và giúp bê tông bơm được dễ dàng. Sika Viscocrete 3000-20 vượt trội nhờ vào khả năng giảm nước cực cao, tạo độ chảy lỏng tốt trong khi vẫn giữ độ kết dính tối ưu cho hỗn hợp. Phụ gia này đáp ứng tiêu chuẩn quy định phụ gia hóa học cho bê tông theo TCVN 8826:2011.

2.1.5. Nước

Nước sử dụng để trộn và bảo dưỡng BTXM phải là nước uống được, không lẫn dầu mỡ, muối, axit, kiềm và bất kỳ chất nào gây hư hỏng cho bê tông. Nước dùng để chế tạo BTXM trong thí nghiệm đáp ứng TCVN 4506:2012.

2.2. Thiết kế hỗn hợp bê tông

Các phương pháp thiết kế thành phần bê tông được sử dụng rộng rãi hiện nay là: phương pháp ACI của Viện bê tông Hoa Kỳ, phương pháp của Ban Môi trường Anh (The British Department of the Environment), phương pháp “Dreux – Gorisse” của Pháp, phương pháp Modoc (L.J. Murdock) của Anh, phương pháp của Hội đồng bê tông Poóc Lãng (The New Zealand Portland Concrete Institute), phương pháp “Blomey Skramtaev” của Nga,... Mỗi phương pháp đều có phạm vi ứng dụng riêng. Trong công trình này sử dụng thành phần bê tông gốc được lựa chọn sơ bộ theo tiêu chuẩn ACI 211.1 với $f'_c = 50 \text{ MPa}$. Có 3 loại bê tông được dùng để nghiên cứu tương ứng với 3 hàm lượng NS là (0; 0,5; 1,0; 1,5; 2,0)% theo khối lượng xi măng ban đầu. Tỷ lệ thành phần các vật liệu trong hỗn hợp bê tông được đưa ra ở Bảng 4.

Bảng 4. Cấp phối bê tông 50 Mpa sử dụng phụ gia nano SiO_2 (tính cho 1m^3 bê tông)

Ký hiệu mẫu	X (kg)	NS (kg)	Nước (lít)	Cát (kg)	Đá (kg)	Phụ gia Sika Viscocrete 3000-20 (lít)
NS 0%	454	0	168	630	1167	4,23
NS 0.5%	451,73	2,27	168	630	1167	4,23
NS 1%	449,46	4,54	168	630	1167	4,23
NS 1.5%	447,19	6,81	168	630	1167	4,23
NS 2.0%	444,92	9,08	168	630	1167	4,23

2.3. Trộn và đúc mẫu bê tông

Bê tông được trộn trong máy trộn cưỡng bức ở nhiệt độ phòng là 30°C . NS được trộn đều vào trong nước bằng máy trộn vừa tốc độ cao, sau đó đổ vào trong pha khô (đá, cát, xi

mãng) đã được trộn đều và tiến hành trộn trong vòng 1 phút. Tiếp theo thêm phụ gia siêu dẻo vào và trộn trong vòng từ 1-2 phút đến khi hỗn hợp bê tông đồng đều. Sau đó tiến hành đúc mẫu nén hình trụ kích thước (150×300) mm dùng thí nghiệm cho (3, 7 và 28) ngày. Mẫu hình trụ (100×200) mm để xác định độ thấm ion clo và mẫu thí nghiệm độ chống thấm nước hình trụ (150×150) mm ở tuổi 28 ngày. Các mẫu bê tông sau khi đúc được phủ lớp vải trên bề mặt để tránh mất nước trong vòng 24 giờ, sau đó tháo khuôn và đưa vào bể bảo dưỡng cho đến khi tiến hành các thí nghiệm tiếp theo (Hình 9).



Hình 9. Công tác thí nghiệm hỗn hợp BTXM sử dụng phụ gia SiO_2

2.4. Tiến hành thí nghiệm

Các mẫu bê tông được bảo dưỡng theo TCVN 3105:2012 đến 3, 7 và 28 ngày tuổi sẽ được vớt ra từ bể bảo dưỡng và tiến hành thí nghiệm.

– Cường độ chịu nén của BTXM được xác định theo TCVN 3118:1993.

– Khả năng chống thấm ion clo của bê tông là một trong những yếu tố quan trọng để đánh giá độ bền của bê tông, đặc biệt là trong môi trường chứa nhiều ion clo. Bê tông có khả năng chống thấm ion clo tốt sẽ đáp ứng được độ bền lâu của công trình (Phạm Duy Hữu, 2010). Thí nghiệm thấm ion clo của mẫu bê tông xi măng được tiến hành theo tiêu chuẩn ASTM C1202 hay TCVN 9337:2012.

- Xác định mức chống thấm hay độ chống thấm (Water Permeability Grade). Hiện nay tiêu chuẩn Việt Nam TCVN 3116:1993 và tiêu chuẩn Nga (Liên Xô cũ) TOCT 12730.5-84 hướng dẫn cách xác định độ chống thấm của mẫu thử.

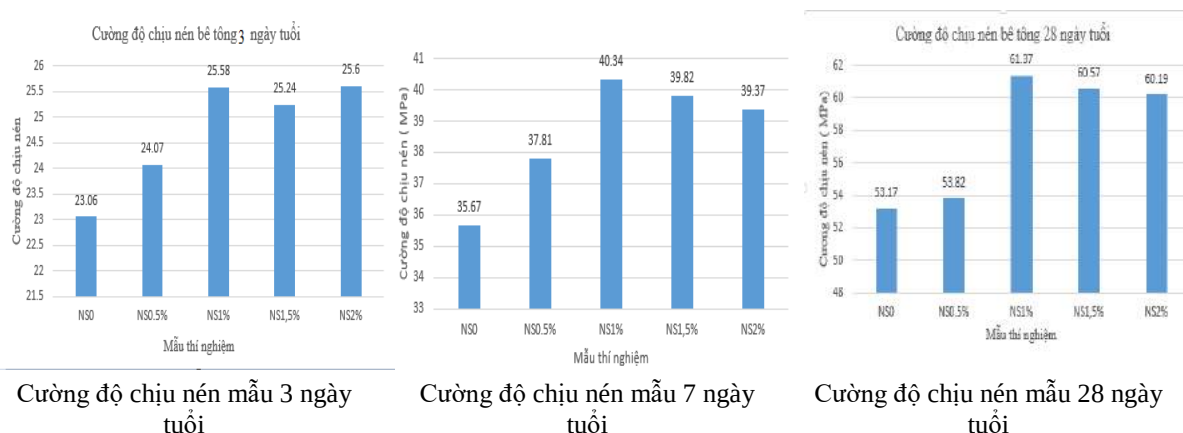
2.5. Kết quả thí nghiệm xác định các chỉ tiêu cơ lý của BTXM

2.5.1. Kết quả xác định cường độ chịu nén BTXM



Hình 10. Xác định cường độ chịu nén tại phòng thí nghiệm LAS-XD 143

Kết quả thí nghiệm cường độ chịu nén và sự phát triển theo thời gian của BTXM ở 3, 7 và 28 ngày được thể hiện ở Hình 11.



Hình 11. Sự phát triển cường độ chịu nén của BTXM

Bảng 5 thể hiện mức tăng cường độ chịu nén của BTXM có sử dụng NS và so sánh loại BTXM không sử dụng phụ gia NS.

Bảng 5. Mức tăng cường độ chịu nén (so với loại bê tông NS0)

Loại BT	% Cường độ chịu nén tăng thêm		
	3 ngày	7 ngày	28 ngày
NS0.5%	4,15%	5,66%	1,23%
NS1%	9,18%	11,57%	13,36%
NS1.5%	8,59%	10,42%	12,21%
NS2%	9,88%	9,39%	11,66%

2.5.2. Kết quả thí nghiệm khả năng chống thấm nước BTXM



Hình 12. Xác định độ thấm nước của BTXM

Kết quả thí nghiệm: Sau khi bơm nước tạo áp lực ở B12 trong vòng 16h tiến hành quan sát tổng thể không thấy nước xuyên qua lên bề mặt mẫu, kết quả được thể hiện ở Bảng 6.

Bảng 6. Xác định độ thấm của mẫu bê tông cường độ 50MPa

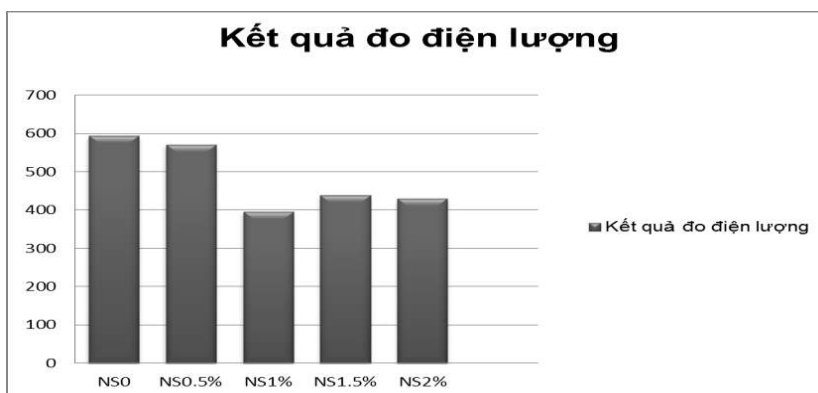
Ký hiệu mẫu	Áp Lực (daN/cm ²)	Kết quả quan sát của từng viên mẫu thí nghiệm					
		Viên 1	Viên 2	Viên 3	Viên 4	Viên 5	Viên 6
NS0	12	Thấm	Thấm	Thấm	Thấm	Thấm	Thấm
Chiều sâu dòng thấm (mm)		79	78	76	77	75	78
NS0.5%	12	Chưa thấm	Chưa thấm	Chưa thấm	Chưa thấm	Chưa thấm	Chưa thấm
NS1,0%	12	Chưa thấm	Chưa thấm	Chưa thấm	Chưa thấm	Chưa thấm	Chưa thấm
NS1.5%	12	Chưa thấm	Chưa thấm	Chưa thấm	Chưa thấm	Chưa thấm	Chưa thấm
NS2%	12	Chưa thấm	Chưa thấm	Chưa thấm	Chưa thấm	Chưa thấm	Chưa thấm

2.5.3. Kết quả thí nghiệm thấm ion clo của BTXM



Hình 13. Thí nghiệm xác định độ thấm ion clo bằng phương pháp đo điện lượng

Thí nghiệm ở Hình 13 và Hình 14 cho thấy các loại bê tông được thử nghiệm đều cho điện lượng đi qua ở mức thấp (100-1000 cu lông), đáp ứng TCVN 9337:2012. Quan sát có thể thấy số điện lượng đếm được tỷ lệ nghịch với hàm lượng NS sử dụng. Như vậy NS đã làm giảm sự khuếch tán của ion clo trong bê tông, do vậy đã làm tăng mức độ chống thấm ion clo của bê tông sử dụng phụ gia khoáng NS.



Hình 14. Biểu đồ kết quả thí nghiệm thấm nhanh ion clo

2.5.4. Nhận xét kết quả thí nghiệm

– Kết quả cho thấy cường độ chịu nén của các loại bê tông có sử dụng NS tăng tỷ lệ thuận với hàm lượng NS sử dụng thay thế xi măng, trong khi các yếu tố khác không đổi. Như vậy NS đã có tác dụng làm tăng cường độ của bê tông, theo một số nghiên cứu trên thế giới (Said và nnk, 2009; Ye Q và nnk, 2007) điều này có thể giải thích là NS khi được thêm vào trong bê tông đã đẩy nhanh phản ứng pozzalan và tốc độ thủy hóa xi măng.

– Kết quả cho thấy NS điều chế từ tro trấu có tác dụng làm giảm khả năng thấm của BTXM, theo các tài liệu (T. Ji, 2005; B.H. Green, 2006). NS có kích thước rất nhỏ (*nhỏ hơn kích thước xi măng khoảng 100 lần*) nên có thể lấp đầy các lỗ trống trong bê tông xi măng, giúp cho bê tông xi măng chặt hơn; NS tham gia vào phản ứng pozzalan tạo ra C-S-H với độ rắn cao hơn; NS đóng vai trò như các tâm tạo nhân cho phép hình thành các cụm C-S-H, thúc đẩy hơn sự hydrat hóa. Như vậy NS đã lấp đầy các lỗ trống trong bê tông xi măng, giúp cho bê tông xi măng chặt hơn và tạo ra C-S-H bền vững với độ rắn cao hơn, làm cho khối bê tông đặc chắc hơn, do vậy đã làm giảm sự khuếch tán của ion clo và làm tăng khả năng chống thấm ion clo và khả năng chống thấm nước của BTXM sử dụng phụ gia khoáng NS.

3. Kết luận và kiến nghị

3.1. Kết luận

Công trình nghiên cứu đã khảo sát ảnh hưởng của vật liệu NS điều chế từ tro trấu đến cường độ và khả năng thấm của BTXM, kết quả cho thấy:

– Việc sử dụng NS điều chế từ tro trấu trong BTXM đã làm theo tỷ lệ phần trăm hàm lượng NS. Đặc biệt, ở mức tăng tỷ lệ NS1% cho kết quả là cường độ tăng chịu nén tăng 13,36% ở 28 ngày tuổi so với các loại bê tông khác.

– Khi sử dụng hàm lượng NS1% đã giảm được 27,65% điện lượng đếm được so với bê tông không sử dụng NS. Điều này giúp làm tăng độ bền của bê tông khi ứng dụng làm các kết cấu trong môi trường xâm thực ion clo.

– Khả năng chống thấm nước hay mác chống thấm của bê tông sử dụng phụ gia NS là một trong những yếu tố quan trọng để đánh giá độ bền của bê tông, đặc biệt là trong môi trường ngập mặn và chua phèn. Khi thấm qua lớp bê tông bảo vệ chúng sẽ ăn mòn cốt thép gây trương nở thể tích dẫn đến nứt bê tông sẽ làm giảm khả năng chịu lực của bê tông, cốt thép, gây hư hỏng và giảm tuổi thọ của công trình. Vì vậy bê tông có khả năng chống thấm tốt sẽ đáp ứng được yêu cầu về độ bền của công trình.

3.2. Kiến nghị

– Cần nghiên cứu thêm các đặc tính của bê tông NS ở các tuổi 56, 90 ngày. Nghiên cứu cũng cần mở rộng thêm các đặc tính khác của bê tông và hỗn hợp bê tông sử dụng NS như: thời gian đông kết, nhiệt thủy hóa của hỗn hợp bê tông; cường độ chịu kéo, độ mài mòn, chống thấm, co ngót, bền sunphat... của bê tông.

– Với tiềm năng của NS cần mở rộng nghiên cứu BTXM tự đầm, BTXM cường độ cao...

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. B.H. Green. (2006), *Development of a high-density cementitious rock-machining grout using nanoparticles*, Proceedings of ACI Session on Nanotechnology of Concrete: Recent Developments and Future Perspectives, November 7, Denver, USA, pp 119-130.
2. Khanzadi M., Tadayon M., Sepehri H. and Sepehri, M. Year. (2010), *Influence of Nano-Silica Particles on Mechanical Properties and Permeability of Concrete*, In: Second International Conference on Sustainable Construction Materials and Technologies, Università Politecnica delle Marche, Ancona, Italy.
3. Konstantin Sobolev, Ismael Flores, Roman Hermosillo, Leticia M. Torres-Martínez. (2006), *Nanomaterial and nanotechnology for highperformance cement composites*, Proceedings of ACI Session on Nanotechnology of Concrete: Recent Developments and Future Perspectives, November 7 (2006), Denver, USA, 91-118.
4. Li G. and Zhao X (2003), Properties of concrete incorporating fly ash and ground granulated blastfurnace slag, *Cement and Concrete Composites*, 25(3), 293-299.
5. Nguyễn Văn Hưng, Nguyễn Ngọc Bích, Nguyễn Hữu Nghị, Trần Hữu Bằng, Đặng Thị Thanh Lê (2015), “Điều chế vật liệu Nano SiO₂ cấu trúc xốp từ tro trấu để hấp thụ xanh Metylen trong nước”, *Tạp chí Hóa học* số tháng 8/2015, trang 53(4), 491-496, DOI: 10.15625/0866-7144.2015-00168.

6. Phạm Duy Hữu (2010), *Công nghệ bê tông và kết cấu bê tông*. NXB Giao thông Vận tải.
7. Said, A. M and Zeidan, M. S. (2009), Enhancing the reactivity of normal and fly ash concrete using colloidal nano-silica, *ACI Special Publication*, 267(7), 75-86.
8. Schoepfer, J. and Maji, A. (2009), An investigation into the effect of silicon dioxide particle size on the strength of concrete, *ACI Special Publication*, 267(5), 45-58.
9. T. Ji. Preliminary study on the water permeability and microstructure of concrete incorporating nano-SiO₂, *Cement and Concrete Research*, 35, pp. 1943-1947 (2005).
10. Trần Hữu Bằng, Lê Văn Bách (2017), “Nghiên cứu cấu trúc và tính chất của vữa nano Silica từ tro trấu”, *Tạp chí GTVT* số tháng 1+2, tr. 34 - 44.
11. TS. Trần Hữu Bằng, ThS. Võ Xuân Lý (2021), “Nghiên cứu sử dụng nano SiO₂ điều chế từ tro trấu tăng cường độ chịu nén của bê tông xi măng”, *Tạp chí GTVT* số 5/2021, tr. 60-64.
12. Ye Q., Zhang Z., Kong D. and Chen R. (2007), Influence of nano-SiO₂ addition on properties of hardened cement paste as compared with silica fume, *Construction & Building Materials*, 21, 539-45.

NHỮNG TRỞ NGẠI KHI ÁP DỤNG CÔNG NGHỆ XÂY DỰNG MỚI VỚI NGÀNH XÂY DỰNG VIỆT NAM

Nguyễn Thanh Bình¹, Võ Thanh Hùng²

1. Công ty HBB Software, 2. Trường Đại học Thủ Dầu Một.

Tóm tắt

Việc áp dụng các giải pháp công nghệ trong giai đoạn đầu tư xây dựng đang ngày càng trở nên phổ biến và nhận được sự ủng hộ rất lớn từ cả phía cơ quan quản lý và các đơn vị doanh nghiệp. Song những nỗ lực cải tiến hiệu quả trong ngành xây dựng nhằm theo kịp công nghệ quốc tế còn gặp rất nhiều trở ngại do các nguyên nhân cả chủ quan và khách quan. Nếu không được chú ý và sớm được quan tâm, những khó khăn có thể gây ra những thiệt hại lớn về cả kinh tế và pháp lý. Thực tế những khó khăn này đã sớm gây thiệt hại từ những năm 2015 cho đến nay, khi làn sóng triển khai các công nghệ xây dựng trong thiết kế, quản lý tiến độ, chi phí,... rầm rộ diễn ra ở các công ty, tập đoàn lớn với hy vọng đem lại hiệu quả cao hơn trong quá trình đầu tư. Tuy nhiên, sau một thời gian dài áp dụng, những gì còn lại chỉ là những khoản đầu tư không có hiệu quả và để lại sự mất niềm tin vào các giải pháp công nghệ số trong mắt các doanh nghiệp. Những nguyên nhân chính có thể kể đến như hiểu sai về công nghệ, chi phí quá lớn, thiếu nhân sự chủ chốt, thiếu định hướng và chương trình đào tạo bằng ngôn ngữ bản địa. Những khó khăn này là hoàn toàn có thể giải quyết được nếu nhận được sự quan tâm kịp thời.

1. Những khó khăn

1.1. Những hiểu lầm về công nghệ

Việc các công nghệ được giới thiệu đến ngành xây dựng được phóng đại hóa về khả năng đã khiến cho các chủ đầu tư, nhà thầu tư tính toán sai trong quá trình đầu tư. Khi được giới thiệu về các công nghệ mới, các bên cung cấp thường tránh nhắc tới những khó khăn trong triển khai mà chỉ giới thiệu những lợi ích có thể đạt được trong điều kiện hoàn hảo nhất. Một trong những ví dụ về sự quảng cáo không chính xác này có thể kể đến chức năng phát hiện xung đột (Clash Detection) của quy trình BIM.

Một ưu điểm không thể phủ nhận của BIM là nó được ứng dụng rộng rãi và sự hiệu quả của toàn bộ quy trình nếu được áp dụng một cách hoàn chỉnh. Song một vài chức năng của nó không thật sự nổi trội như những gì các công ty tư vấn BIM giới thiệu, ví dụ như Clash Detection chỉ là một trong những chức năng vô cùng cơ bản của BIM hỗ trợ để việc thiết kế trở nên chính xác hơn. Hiệu quả của chức năng này so với các công năng khác của BIM chỉ đóng một vai trò rất nhỏ, thế nhưng lại được quảng bá là một trong những chức năng chính của BIM. Trong rất nhiều bài báo và nghiên cứu khoa học, kể cả những nghiên cứu khoa học của nước ngoài, có rất nhiều nhận định đánh giá rằng việc áp dụng Clash Detection có thể giảm việc sửa chữa thi công đến 17.000\$ mỗi xung đột, 36% chi phí xây dựng 30% và tiến độ

22% (Harika Singh & Keyuri Patel., 2020). Lưu ý rằng những con số trên chỉ là dự đoán, hoàn toàn không có một cơ sở tính toán chính xác nào.

Trên thực tế việc sửa chữa, làm lại do rất nhiều nguyên nhân như chủ đầu tư thay đổi ý, thi công kém chất lượng, sai trình tự hoặc thiết kế sai công nghệ... Nguyên nhân phải làm lại do va chạm thiết kế là có song không phải là đại đa số. Rất nhiều chi tiết xung đột (Clash Detection) thậm chí còn có thể dễ dàng sửa chữa ngay tại công trường với chi phí rất nhỏ như điều hướng, lắp thêm nối, thay đổi kích thước, khoan rút lõi (theo Anderson O. Akponeware & Zulfikar A. Adamu (2017)).

1.2. Quá trình kết hợp cần tất cả các bên: Chủ đầu tư, Thiết kế, Tư vấn và Nhà thầu, Nhà cung cấp?

Một trong những chú ý quan trọng trong việc áp dụng công nghệ đó là việc đòi hỏi sự đồng bộ của tất cả các bên liên quan và cả các cơ quan cấp bộ, ngành mới có thể đem lại hiệu quả (Muhammad và nnk, 2013). Việc chỉ một hay một vài đơn vị áp dụng không những có thể không đem lại hiệu quả mà còn gây phức tạp hóa quy trình, gây ra lãng phí và giảm năng suất lao động. Hiện tại việc áp dụng công nghệ mới chỉ tập trung ở tư vấn thiết kế trong khi các bên khác vẫn rất chậm, do đó dẫn đến sự không thống nhất khi triển khai. Đây là một trong những vấn đề rất lớn bởi sự khác biệt giữa chuyên môn và trình độ giữa các bên trong một dự án xây dựng là thực tế có từ rất lâu và rất khó có thể thay đổi. Một ví dụ đơn giản cho trường hợp này là việc thiết kế trên BIM. Có rất nhiều đơn vị tư vấn thiết kế đã có thể triển khai BIM, song họ sẽ phải chuyển giao mô hình thông tin này cho tổng thầu để họ triển khai. Một vài tổng thầu cũng đã có thể triển khai BIM, và với tiềm lực về chuyên môn, tài chính mạnh, rất nhiều tổng thầu khác cũng có thể làm việc này. Nhưng khi chuyển giao từ tổng thầu xuống đến thầu phụ và các nhà cung cấp thì câu chuyện lại trở nên phức tạp hơn rất nhiều. Khi làm việc với các đơn vị nhỏ này, thậm chí bản vẽ 2D đơn giản hiện tại cũng còn gặp nhiều khó khăn. Tiếp đó, với các công trình nhà nước, mô hình BIM này sẽ cần phải được thẩm tra, thẩm định bởi các cơ quan chức năng.

1.3. Định hướng chưa chính xác

Việc áp dụng công nghệ mới đối với bất kỳ công nghệ nào đều là một quá trình dài và đòi hỏi sự hỗ trợ của các đơn vị thực sự có chuyên môn, kinh nghiệm áp dụng thực tế. Những đơn vị chuyên môn sâu này sẽ giúp chủ đầu tư, tổng thầu có cái nhìn đúng đắn và xây dựng đường hướng một cách hiệu quả. Tuy đây không phải là điều gì quá mới mẻ, song việc chọn nhầm đơn vị tư vấn công nghệ xây dựng lại xảy ra rất thường xuyên dẫn đến các hiệu nhằm có thể làm thất bại việc quá trình chuyển đổi số. Các chủ đầu tư nên có sự chuẩn bị rõ ràng về các nhân sự đủ năng lực để kiểm soát việc triển khai và có thể phân biệt giữa thợ vẽ mô hình và tư vấn BIM.

Khi triển khai BIM, các chủ đầu tư thường hy vọng tư vấn thiết kế sẽ tạo ra mô hình dùng cho cả kiểm soát xung đột thiết kế và cả khối lượng, dự toán. Thế nhưng khác với kiểm soát xung đột, kiểm soát khối lượng nghe có vẻ đơn giản lại khó hơn rất nhiều bởi nó sẽ yêu cầu mức độ mô hình đủ chi tiết và cả chuyên môn trong việc bóc tách khối lượng và lập dự toán. Đây vốn là công việc của kỹ sư QS chứ không phải thiết kế. Điều này tương đương với việc khi lập mô hình thông tin BIM thì các kiến trúc sư phải nắm sâu cả kiến thức QS. Đây là vấn đề rất khó bởi nó đòi hỏi người triển khai phải nắm cả ba bộ kiến thức: Kiến trúc, Mô hình thông tin và cả QS vốn là ba chuyên môn khác nhau. Thông thường một kỹ sư giỏi cũng chỉ nắm được hai trong số ba bộ chuyên môn trên. Bên cạnh đó, việc mô hình hóa chi tiết cũng khiến việc triển khai trở nên phức tạp và tốn rất nhiều thời gian. Do đó, trong quy trình

đúng, việc thiết kế chỉ dừng lại ở việc lập mô hình với mức độ phức tạp vừa phải. Sau đó, việc triển khai thêm các chi tiết và các quy tắc tính toán khối lượng nên được làm bởi kỹ sư QS. Có rất nhiều công nghệ, giải pháp và phần mềm dành cho QS có thể tính toán được khối lượng chi tiết từ những mô hình thông tin công trình đơn giản. Đừng chỉ dừng lại ở việc BIM chỉ có mỗi các phần mềm thiết kế như Revit, Sketchup, All Plan... Để có thể thành công chúng ta phải áp dụng cả các phần mềm BIM dành cho các đơn vị tư vấn khác.

1.4. Từ bỏ bản vẽ 2D

Một trong những hiểu nhầm phổ biến khác là chuyển đổi số trong ngành xây dựng sẽ dẫn đến việc từ bỏ bản vẽ 2D, tất cả công trình sẽ phải áp dụng BIM. Đây là một trong những suy nghĩ vô cùng sai lầm và hoàn toàn thiếu nhận thức thực tế. Bản vẽ 2D và BIM có những lợi thế của riêng mình và chủ đầu tư nên cân nhắc việc áp dụng công nghệ nào sẽ đem lại hiệu quả nhất chứ không phải chạy theo phong trào. Với những công trình nhỏ, đơn giản, yêu cầu tiến độ nhanh thì việc thiết kế trên bản vẽ 2D đương nhiên có hiệu quả tuyệt đối so với BIM. Thực tế ngay với cả những công trình lớn triển khai BIM thất bại và phải chuyển lại về 2D cũng chỉ bởi tiến độ không theo kịp (Ireneusz Czmocho, Adam Pckalaa, 2014),

Ngay cả ở các nước phát triển mặc dù BIM đã rất phổ biến nhưng không phải công trình nào cũng sử dụng nó. Khi ra đến công trường việc xét duyệt vẫn làm trên bản vẽ 2D và chúng ta cũng nên hiểu lợi thế khi mang bản vẽ 2D ra công trường bởi tính rõ ràng rành mạch. Mô hình 3D chỉ giúp các bên hình dung được bố trí và bố cục của chi tiết, còn bản vẽ 2D thì lại có thông số kỹ thuật rõ ràng.

1.5. Chi phí dành cho BIM

Chi phí dành cho BIM là một phần của chi phí thiết kế. Trong bài phát biểu của tiến sĩ Stephen Hamil - Giám đốc phát triển BIM của NBS (Nation Building Specification UK – Đơn vị lập Tiêu chuẩn Xây dựng Quốc gia Anh) tại hội nghị 2010 về BIM của NBS, ông đã nhấn mạnh việc áp dụng BIM không những không làm gia tăng chi phí thiết kế và còn góp phần làm giảm chi phí này (Hamil D, 2021).

Đây là một vấn đề rất nhạy cảm, đặc biệt trong các công trình nhà nước. Mặc dù đã được nhắc đi nhắc lại và nhấn mạnh bởi rất nhiều chuyên gia, tổ chức trong và ngoài nước, song rất nhiều chủ đầu tư, nhà thầu, tư vấn vẫn hiểu lầm việc áp dụng BIM sẽ cần phải tốn thêm một khoản chi phí. Điều này chỉ có thể chấp nhận được trong các dự án thí điểm thử nghiệm khi cần phải triển khai thiết kế theo phương pháp truyền thống song song với triển khai BIM. Còn khi triển khai một dự án một cách đúng đắn thì quy trình BIM phải thay thế quy trình thiết kế truyền thống. Nếu không được hiểu đúng thì việc áp dụng BIM sẽ gây ra rất nhiều khó khăn và thậm chí cả những vướng mắc pháp lý, nhất là với các công trình có sử dụng vốn công.

Với các quy định hiện tại, việc đấu thầu, thi công, thanh, quyết toán vẫn hoàn toàn dựa trên khối lượng nghiệm thu, dự toán ký duyệt. Điều đó có nghĩa là cho dù áp dụng công nghệ gì, ngân sách nhà nước vẫn sẽ không được hưởng bất kỳ một lợi ích nào, thêm vào đó, lại còn phải chịu thêm khoản chi phí do áp dụng công nghệ (BIM). Điều này dẫn đến một nghịch lý là việc áp dụng công nghệ không những không tiết kiệm chi phí cho nhà nước mà thậm chí còn gây ra lãng phí và thất thoát. Trong khi đó, công nghệ BIM lại được quảng cáo tiết kiệm đến 30% chi phí xây dựng trực tiếp. Đây có thể sẽ trở thành một trong những vấn đề tiềm tàng khi phải các chủ đầu tư phải đối mặt với thanh tra, kiểm toán để trả lời câu hỏi ai là người được hưởng lợi con số 30% này. (Theo thông tư hướng dẫn của Bộ Xây dựng và Bộ Tài chính), (Kenley và nnk, 2009).

1.6. Chi phí quá lớn và thiếu nhân sự chủ chốt

Chi phí để triển khai BIM là chi phí không hề nhỏ với mặt bằng chung ngành xây dựng Việt Nam khi tất cả các công nghệ đều là của nước ngoài. Thêm vào đó, việc áp dụng các công nghệ còn cần sự đào tạo chuyển giao từ các đơn vị các. Điều đó có nghĩa là bên cạnh chi phí phần mềm đắt đỏ, các doanh nghiệp còn phải chi cả khoản tiền thuê các chuyên gia về đào tạo, hướng dẫn, làm thử dự án thí điểm. Việc này không chỉ tốn chi phí mà còn cả thời gian, chưa kể đến khoảng cách ngôn ngữ, tư duy làm việc khác nhau của xây dựng trong nước và quốc tế. Hãy lưu ý rằng công nghệ nước ngoài được thiết kế theo tiêu chuẩn, quy cách quốc tế. Do các tiêu chuẩn, quy cách này rất khác với trong nước nên doanh nghiệp còn phải điều chỉnh, cải tiến để phù hợp. Điều này đôi khi không khả thi do các các hãng công nghệ quốc tế không thể điều chỉnh chi để phù hợp với một thị trường nhỏ như Việt Nam.

Ví dụ rõ ràng nhất trong việc quản lý khối lượng: hiện tại Bộ Xây dựng vẫn yêu cầu khối lượng xây dựng phải được trình bày dưới dạng bảng tiên lượng theo kiểu Dài × Rộng × Cao. (Thông tư số 17/2019/TT-BXD ngày 26 tháng 12 năm 2019 về việc hướng dẫn đo bóc khối lượng xây dựng công trình). Trong khi đó đại đa số phần mềm quốc tế khi tính ra khối lượng xây dựng thì được chứng minh bằng hình ảnh hoặc đánh dấu trên bản vẽ.

2. Giải pháp

2.1. Những công nghệ bị bỏ qua

Một điều đáng ngạc nhiên khi rất nhiều cơ quan tổ chức quan tâm đến việc áp dụng công nghệ xây dựng chỉ tìm hiểu về mô hình thông tin công trình (Building Information Modelling – BIM) mà quên mất rằng đó cũng chỉ là một trong rất nhiều công nghệ đang có trên thị trường. Chúng ta hoàn toàn không thể phủ nhận được sự ưu việt của BIM, thế nhưng để có thể áp dụng BIM sẽ mất rất nhiều thời gian, công sức và cả chi phí. Trong khi đó, có vô vàn công nghệ có thể được áp dụng ngay lập tức, đem lại hiệu quả tức thì lại bị bỏ qua. Điển hình trong ví dụ này có thể kể đến: bóc tách số và lập dự toán trên bản vẽ 2D (CostX, PlanSwift), tiến độ thi công dây chuyền (Vico Office Planner, Primavera P6), quản lý chi phí hai chiều kết hợp giữa kỹ sư QS và kế toán (Databuild, Procore). Những giải pháp này đã chứng minh được tính hiệu quả qua sự kiểm chứng rất nhiều năm của ngành xây dựng quốc tế và tới thời điểm hiện tại khi BIM được áp dụng rộng rãi, chúng còn đem lại hiệu quả rõ ràng hơn. Thế nhưng hy vọng về việc BIM có thể giải quyết tất cả mọi việc khiến cho việc áp dụng các công nghệ khác trên trở nên mờ nhạt trong mắt các doanh nghiệp trong nước. Việc này để lại hậu quả là toàn bộ ngành xây dựng vẫn đang mắc kẹt với những phương pháp lỗi thời, bảng tính và phần mềm Excel nhiều hạn chế, bản vẽ giấy và chỉ một vài công cụ cho bản vẽ Autocad.

Việc áp dụng dần dần các công nghệ đơn giản nhưng hiệu quả sẽ tạo được sự thúc đẩy và chuẩn bị cho những công nghệ phức tạp hơn bởi về mặt cơ bản các công nghệ này đều có sự tương đồng về phương thức và quy cách. Ví dụ các phần mềm quản lý chi phí trên bản vẽ và tiến độ 2D đều có nguyên tắc giống với các phần mềm tương tự cho BIM. Bên cạnh đó, hướng tiếp cận này còn rút ngắn quá trình đào tạo và thích nghi khi chuyển đổi.

2.2. Công nghệ Việt Nam

Một điều đáng buồn là rất nhiều doanh nghiệp không tin tưởng và sử dụng công nghệ Việt Nam bởi sự nghi ngờ về khả năng và chất lượng. Tuy nhiên điều này chỉ đúng với mười năm về trước, khi Đất nước ta còn chấp chững hội nhập với phần còn lại thế giới. Thế nhưng

hiện tại cả trình độ, công nghệ của Việt Nam đã không còn quá cách xa với quốc tế. Những công nghệ có ở nước ngoài hoàn toàn có thể được học tập và tạo ra ngay trong nước. Dịch Covid bùng nổ năm 2019 vừa là thách thức nhưng cũng cơ hội để rất nhiều cá nhân, tập thể người Việt có trình độ từ nước ngoài trở về nước. Thêm vào đó là ý thức của tất cả doanh nghiệp trong việc chuyển đổi số để tăng hiệu quả hoạt động và khả năng đối phó với những sự kiện tương tự. Trong những năm sắp tới, sẽ không có gì ngạc nhiên nếu Việt Nam chứng kiến sự bùng nổ công nghệ toàn diện về mọi mặt. Bên cạnh đó, việc sử dụng những công nghệ được tạo ra trong nước sẽ giải quyết được vô số những khó khăn đã nêu ở trên như chi phí, chương trình đào tạo, chuyên gia trong nước, sự phù hợp với quy trình trong nước.

3. Kết luận

Áp dụng công nghệ mới là xu hướng tất yếu của sự phát triển đúng với tất cả mọi lĩnh vực chứ không chỉ riêng ngành Xây dựng. Mặc dù nhận được sự ủng hộ của các doanh nghiệp và Nhà nước, nhưng để có thể hoàn toàn làm chủ các công nghệ này thì cần có những chuẩn bị nhất định. Không một doanh nghiệp nào mong muốn những nỗ lực đầu tư về cả công sức và tài chính trở nên phí phạm như trong giai đoạn vừa qua. Do đó, trước khi tiếp tục phát triển thì các bên liên quan cần phối hợp và nghiên cứu thật kỹ để gỡ bỏ những khó khăn và hiểu lầm trong việc áp dụng công nghệ. Từ đó, các doanh nghiệp mới có thể đưa ra lộ trình phát triển phù hợp. Thay vì dồn toàn lực theo đuổi những công nghệ xa xỉ, có lẽ nên áp dụng các công nghệ chuyển tiếp bởi tính dễ áp dụng, chi phí thấp và hiệu quả tức thì.

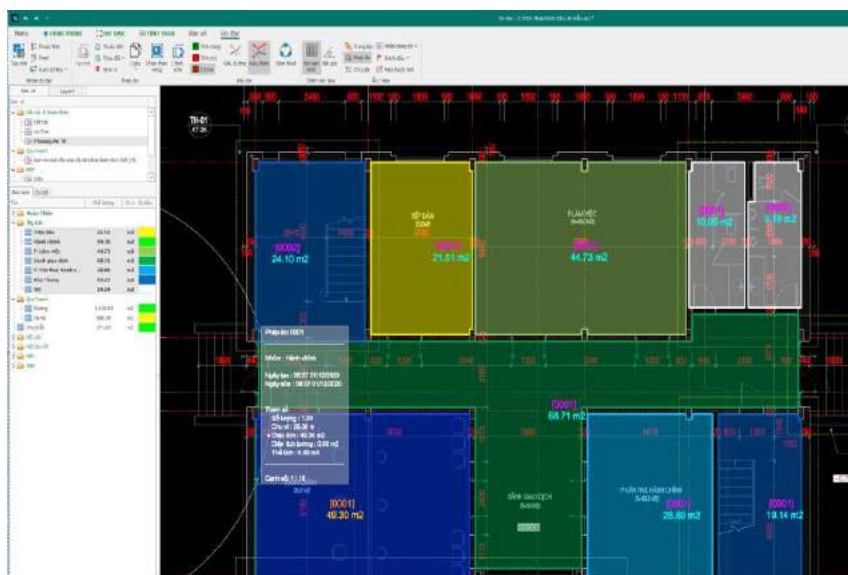
4. Giới thiệu QS Crystal

QS Crystal là một trong số những công nghệ mà HHB Software muốn giới thiệu và cũng là một minh chứng về khả năng công nghệ của Việt Nam.

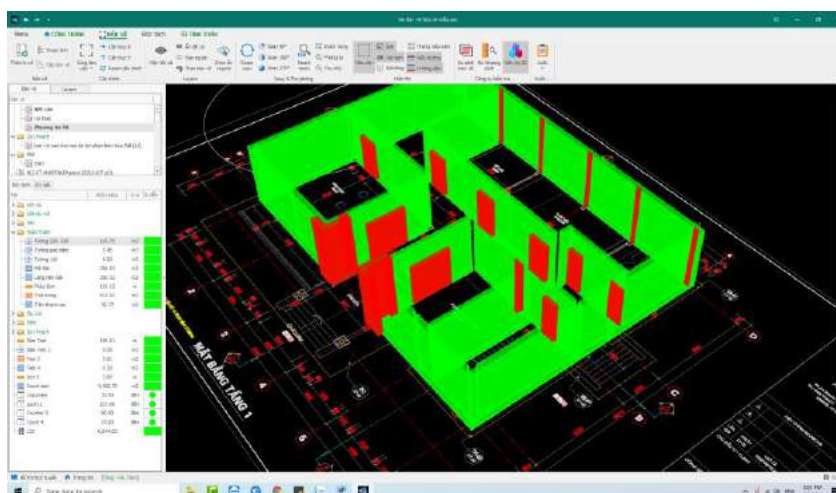
Đây là một sản phẩm được tạo bởi sự kết hợp giữa các kỹ sư xây dựng và công nghệ thông tin từ nước ngoài trở về Việt Nam. Với sản phẩm này, chúng tôi tự tin đã tạo được giải pháp có chất lượng tương đương với các đối thủ quốc tế trong lĩnh vực bóc tách khối lượng xây dựng như: CostX, PlanSwift, Causeway, Cubit,...

Bảng 1. So sánh tiện ích và ưu điểm của QS Crystal với phương pháp bóc khối lượng truyền thống

Phương pháp truyền thống THỦ CÔNG	Giải pháp công nghệ QS CRYSTAL
Bản vẽ rời rạc, lẫn lộn PDF và CAD.	Quản lý cả dự án: bản vẽ, BoQ, Specs.
BoQ không có sự liên kết với bản vẽ, Specs.	BoQ liên kết chặt chẽ với Bản vẽ, Specs.
Phải làm từng phép cộng trừ nhân chia, highlight thủ công.	Đo bóc bằng click chuột.
Khó kiểm tra. Đôi khi người làm còn không nhớ mình tính như thế nào.	Kiểm tra dễ dàng, trực quan. Không cho phép tính sai, làm giả số liệu.
Sửa khi thay đổi thiết kế rất tốn công sức.	Cập nhật thay đổi khi thiết kế thay đổi.
Khó khăn khi bảo vệ khối lượng.	Quy trình bóc tách khối lượng đơn giản, hiệu quả hơn rất nhiều.
	Hỗ trợ hiệu quả quản lý, bảo dưỡng và vận hành.



Hình 1. Minh họa kết quả tính toán diện tích phòng



Hình 2. Minh họa kết quả tính toán tường

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Anderson, A. and Adamu, Z (2017), Clash Detection or Clash Avoidance? An Investigation into Coordination Problems in 3D BIM. Buildings, 7(4), p.75.
2. Czmocho, I. and Pękala, A (2014) Traditional Design versus BIM Based Design. Procedia Engineering, 91, pp.210-215.
3. Hamil, D (2021), What will BIM mean for design fees?. [online] NBS. Tại trang: <<https://www.thenbs.com/knowledge/what-will-bim-mean-for-design-fees>> (Đọc ngày 4 tháng 4 năm 2021)
4. Kenley, R. and Seppänen, O (2009), Location-Based Management for Construction: Planning, scheduling and control. 1st ed. Spon Press (Taylor & Francis).
5. Muhammad, T., Stephen R., L. and Matthews, J (2021), A study of BIM collaboration requirements and available features in existing model collaboration systems. Electronic Journal of Information Technology in Construction (ITcon), 18, pp.148-161.
6. Singh, H. and Patel, K (2021), Benefits of 4D & 5D BIM to Construction Projects | TrueCADD. [online] Perma.cc. Tại trang: <<https://perma.cc/PC7V-Y294>> (Đọc ngày 4 tháng 4 năm 2021).

PHÂN TÍCH DAO ĐỘNG TỰ DO DẦM COMPOSITE LỚP DÙNG HÀM DẠNG HYBRID

Nguyễn Ngọc Dương¹, Nguyễn Văn Hậu¹

1. Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật TP HCM.

Tóm tắt

Bài báo phát triển hàm dạng “hybrid” giữa đa thức và hàm mũ để phân tích dao động tự do của dầm composite. Lý thuyết dầm biến dạng cắt bậc ba của Reddy được sử dụng để thành lập trường chuyển vị. Phương trình chủ đạo của bài toán được rút ra từ nguyên lý Lagrange kết hợp với lời giải Ritz. Các kết quả số được thực hiện và so sánh với kết quả đã công bố để chứng minh sự hiệu quả của lời giải. Ngoài ra, bài báo còn khảo sát về sự ảnh hưởng của tỷ lệ chiều dài/chiều cao dầm và hướng sợi đến tần số dao động riêng của dầm.

1. Giới thiệu

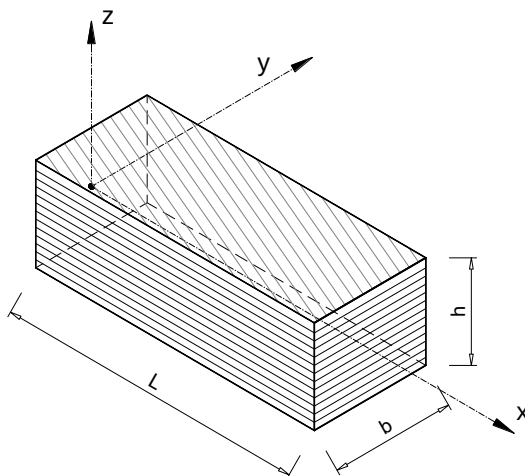
Hiện nay, vật liệu composite được sử dụng phổ biến trong nhiều lĩnh vực kỹ thuật. Các ưu điểm nổi bật của vật liệu composite là khả năng cách âm, cách nhiệt tốt, trọng lượng nhẹ, độ cứng cao,... Bên cạnh sự phổ biến trong thực tiễn, vật liệu composite cũng thu hút sự quan tâm của các nhà khoa học. Nhiều lý thuyết, phương pháp và quy luật ứng xử của vật liệu composite được đề xuất nhằm phân tích ứng xử của kết cấu composite. Trong đó, dao động tự do dầm composite là một chủ đề thú vị và nhiều thách thức.

Các nhà khoa học đã đề xuất nhiều lý thuyết để phân tích ứng xử của dầm. Các lý thuyết này có thể phân vào ba nhóm: lý thuyết dầm cổ điển, bậc nhất và bậc cao. Lý thuyết dầm cổ điển giả thiết mặt cắt ngang của tiết diện dầm luôn là mặt phẳng và vuông góc với trục dầm (Bernoulli, 1964). Giả thiết này đã bỏ qua biến dạng trượt trong dầm và chỉ phù hợp cho các dầm mảnh. Lý thuyết dầm bậc nhất giả thiết biến dạng trượt của dầm là hằng số (S.P. Timoshenko, 1922). Chính vì vậy, một hệ số điều chỉnh trượt được sử dụng để điều chỉnh trường biến dạng của bài toán. Trong trường hợp tổng quát, việc xác định hệ số biến dạng trượt rất khó khăn vì phụ thuộc vào nhiều yếu tố như mặt cắt ngang tiết diện, điều kiện biên, dạng tải trọng,... Để khắc phục nhược điểm của lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất, lý thuyết biến dạng cắt bậc cao được đề xuất (J. Mantari và nnk, 2016; A. Khdeir và nnk, 1994; J.N. Reddy, 1984). Trong lý thuyết này, trường chuyển vị được xấp xỉ theo một hàm dạng bậc cao và không cần hệ số biến dạng trượt. Trong việc phân tích ứng xử của dầm, lý thuyết biến dạng cắt bậc cao được sử dụng phổ biến nhất. Về phương pháp giải, cùng với sự phát triển của công nghệ máy tính, các phương pháp số ngày càng được nhiều nhà khoa học áp dụng. Tuy nhiên, các phương pháp giải tích cũng được quan tâm vì độ chính xác của lời giải. Trong các phương pháp giải tích, Ritz là phương pháp tổng quát và có thể sử dụng cho các bài toán có điều kiện biên bất kỳ (J. Mantari và nnk, 2016; N.-D. Nguyen, 2018).

Mục tiêu của bài báo này là đề xuất các hàm dạng Ritz, có dạng “hybrid” giữa đa thức và hàm mũ, để phân tích dao động dầm composite. Trong bài báo này, lý thuyết biến dạng cắt bậc cao của Reddy được sử dụng, phương trình Lagrange được dùng để thiết lập phương trình chủ đạo của bài toán và các yếu tố ảnh hưởng đến dao động của dầm được khảo sát.

2. Cơ sở lý thuyết

Xét dầm composite có kích thước dài, rộng, cao lần lượt là L , b , h và được tạo thành từ n lớp vật liệu trục hướng như Hình 1.



Hình 1. Dầm composite lớp

2.1. Trường chuyển vị của dầm

Trường chuyển vị $(u(x, z, t), w(x, z, t))$ của bài toán dầm như sau (J.N. Reddy, 1984):

$$u(x, z, t) = u_0(x, t) - zw_{0,x} + f(z)u_1(x, t) \quad (1)$$

$$w(x, z, t) = w_0(x, t) \quad (2)$$

trong đó: $u_0(x, t)$, $w_0(x, t)$ lần lượt là chuyển vị tại điểm trên trục trung hòa theo phương trục x và z ; $u_1(x, t)$ là góc xoay của mặt cắt ngang tiết diện dầm quanh trục y ; $f(z) = z - \frac{4}{3} \frac{z^3}{h^2}$ là hàm biến dạng trượt. Dấu phẩy “,” là ký hiệu đạo hàm đối với biến theo sau dấu phẩy.

Từ trường chuyển vị của bài toán, các biến dạng của dầm được xác định như sau:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = u_{0,x} - zw_{0,xx} + f_{,x}u_{1,x} \quad (3)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = f_{,z}u_1 \quad (4)$$

2.2. Quy luật ứng xử của dầm composite

Mối quan hệ giữa ứng suất và biến dạng của dầm composite được thiết lập từ quy luật ứng xử ba chiều của vật liệu trục hướng. Quá trình này được thực hiện như sau:

Quan hệ ứng suất biến dạng của lớp thứ k trong hệ tọa độ địa phương của vật liệu trục hướng:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

ở đây C_{ij} là hệ số độ cứng của vật liệu trục hướng. Sử dụng công thức xoay trục, thu được mối quan hệ ứng suất biến dạng của vật liệu trong hệ tọa độ tổng thể:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{pmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & \bar{C}_{13} & 0 & 0 & \bar{C}_{16} \\ \bar{C}_{12} & \bar{C}_{22} & \bar{C}_{23} & 0 & 0 & \bar{C}_{26} \\ \bar{C}_{13} & \bar{C}_{23} & \bar{C}_{33} & 0 & 0 & \bar{C}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{44} & \bar{C}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{45} & \bar{C}_{55} & 0 \\ \bar{C}_{16} & \bar{C}_{26} & \bar{C}_{36} & 0 & 0 & \bar{C}_{66} \end{pmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

trong đó $\bar{C}_{ij}$ là hệ số độ cứng chuyển đổi của vật liệu trục hướng. Đối với bài toán dầm, giả thiết trạng thái ứng suất phẳng trong mặt phẳng x - z được sử dụng (J. Li và nnk, 2014; W. Chen và nnk, 2004; H. Matsunaga, 2001; G.M. Cook and A. Tessler, 1998) và ứng suất theo phương pháp tuyến của dầm thường rất nhỏ. Khi đó, $\sigma_y = \sigma_{xy} = \sigma_{yz} = \sigma_z = 0$, phương trình (6) trở thành:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{pmatrix} \bar{\bar{C}}_{11}^* & 0 \\ 0 & \bar{\bar{C}}_{55}^* \end{pmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

trong đó $\bar{\bar{C}}_{11}^*, \bar{\bar{C}}_{55}^*$ là các hệ số độ cứng giảm lớp thứ k trong hệ tọa độ tổng thể.

2.3. Các công thức biến phân của dầm

Năng lượng biến dạng U của dầm được xác định như sau:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_V (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_{xz} \gamma_{xz}) dV \\ &= \frac{1}{2} \int_0^L \left[A(u_{0,x})^2 - 2B u_{0,x} w_{0,xx} + 2B^s u_{0,x} u_{1,x} + D(w_{0,xx})^2 - 2D^s w_{0,xx} u_{1,x} + H^s (u_{1,x})^2 + A^s (u_1)^2 \right] dx \end{aligned} \quad (8)$$

trong đó: V là thể tích của dầm và các hệ số độ cứng của dầm được xác định theo các công thức sau đây:

$$(A, B, D, B^s, D^s, H^s) = \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k+1}} \bar{\bar{C}}_{11}^* (1, z, z^2, f, zf, f^2) b dz \quad (9)$$

$$A^s = \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k+1}} \bar{\bar{C}}_{55}^* f_{,z}^2 b dz \quad (10)$$

Động năng K của dầm được xác định bởi:

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2} \int_V \rho(z) (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dV \\ &= \frac{1}{2} \int_0^L \left[I_0 \dot{u}_0^2 - 2I_1 \dot{u}_0 \dot{w}_{0,x} + I_2 (\dot{w}_{0,x})^2 + 2J_1 \dot{u}_0 \dot{u}_1 - 2J_2 \dot{u}_1 \dot{w}_{0,x} + K_2 \dot{u}_1^2 + I_0 \dot{w}_0^2 \right] dx \end{aligned} \quad (11)$$

ở đây: $\rho(z)$ là khối lượng riêng của vật liệu dầm; dấu chấm “.” là ký hiệu đạo hàm theo thời gian; các hệ số quán tính của dầm được xác định bởi:

$$(I_0, I_1, I_2, J_1, J_2, K_2) = \sum_{k=1}^n \int_{z_k}^{z_{k+1}} \rho^{(k)} (1, z, z^2, f, zf, f^2) b dz \quad (162)$$

Tổng năng lượng của cơ hệ là:

$$\begin{aligned} \Pi &= U + K \\ &= \frac{1}{2} \int_0^L \left[A (u_{0,x})^2 - 2B u_{0,x} w_{0,xx} + 2B^s u_{0,x} u_{1,x} + D (w_{0,xx})^2 - 2D^s w_{0,xx} u_{1,x} + H^s (u_{1,x})^2 + A^s (u_1)^2 \right] dx \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_0^L \left[I_0 \dot{u}_0^2 - 2I_1 \dot{u}_0 \dot{w}_{0,x} + I_2 (\dot{w}_{0,x})^2 + 2J_1 \dot{u}_0 \dot{u}_1 - 2J_2 \dot{u}_1 \dot{w}_{0,x} + K_2 \dot{u}_1^2 + I_0 \dot{w}_0^2 \right] dx \end{aligned} \quad (13)$$

2.4. Phương pháp Ritz

Trường chuyển vị của bài toán được xấp xỉ theo phương pháp Ritz :

$$u_0(x, t) = \sum_{j=1}^m \varphi_{j,x}(x) u_{0j} e^{i\omega t} \quad (14)$$

$$w_0(x, t) = \sum_{j=1}^m \varphi_j(x) w_{0j} e^{i\omega t} \quad (15)$$

$$u_1(x, t) = \sum_{j=1}^m \varphi_{j,x}(x) u_{1j} e^{i\omega t} \quad (16)$$

trong đó: ω là tần số dao động riêng của dầm; u_{0j} , u_{1j} và w_{0j} là các thông số cần xác định của lời giải Ritz; $\varphi(x)$ là các hàm dạng, được giới thiệu trong Bảng 1. Các hàm dạng phụ thuộc vào các điều kiện biên của dầm. Trong bài báo này, bốn điều kiện biên điển hình được giới thiệu: ngàm-ngàm (C-C), ngàm-tựa đơn (C-S), ngàm-tự do (C-F) và tựa đơn-tựa đơn (S-S).

Bảng 1. Các hàm dạng Ritz và các điều kiện biên động học của bài toán

BC	$\varphi_j(x)$	$x=0$	$x=L$
S-S	$\left(1 - \frac{x}{L}\right) \frac{x}{L} e^{\frac{-jx}{L}}$	$w_0 = 0$	$w_0 = 0$
C-F	$\left(\frac{x}{L}\right)^2 e^{\frac{-jx}{L}}$	$u_0 = 0, w_0 = 0,$ $u_1 = 0, w_{0,x} = 0$	
C-S	$\left(1 - \frac{x}{L}\right) \left(\frac{x}{L}\right)^2 e^{\frac{-jx}{L}}$	$u_0 = 0, w_0 = 0,$ $u_1 = 0, w_{0,x} = 0$	$w_0 = 0$
C-C	$\left(1 - \frac{x}{L}\right)^2 \left(\frac{x}{L}\right)^2 e^{\frac{-jx}{L}}$	$u_0 = 0, w_0 = 0,$ $u_1 = 0, w_{0,x} = 0$	$u_0 = 0, w_0 = 0,$ $u_1 = 0, w_{0,x} = 0$

Thay các phương trình (14), (15) và (16) vào phương trình (13), sau đó sử dụng nguyên lý Lagrange:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial p_j} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \Pi}{\partial \dot{p}_j} = 0 \quad (17)$$

ở đây p_j là đại diện cho u_{0j} , u_{1j} và w_{0j} . Cuối cùng, ta thu được hệ phương trình chủ đạo của bài toán. Giải phương trình này, ta thu được tần số dao động riêng của dầm:

$$\left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}^{11} & \mathbf{K}^{12} & \mathbf{K}^{13} \\ {}^T \mathbf{K}^{12} & \mathbf{K}^{22} & \mathbf{K}^{23} \\ {}^T \mathbf{K}^{13} & {}^T \mathbf{K}^{23} & \mathbf{K}^{33} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{11} & \mathbf{M}^{12} & \mathbf{M}^{13} \\ {}^T \mathbf{M}^{12} & \mathbf{M}^{22} & \mathbf{M}^{23} \\ {}^T \mathbf{M}^{13} & {}^T \mathbf{M}^{23} & \mathbf{M}^{33} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_0 \\ \mathbf{w}_0 \\ \mathbf{u}_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

trong đó $\mathbf{K}$ và $\mathbf{M}$ lần lượt là ma trận độ cứng và ma trận khối lượng của dầm với các hệ số được xác định như dưới đây:

$$\begin{aligned} K_{ij}^{11} &= A \int_0^L \varphi_{i,xx} \varphi_{j,xx} dx, \quad K_{ij}^{12} = -B \int_0^L \varphi_{i,xx} \varphi_{j,xx} dx, \quad K_{ij}^{13} = B^s \int_0^L \varphi_{i,xx} \varphi_{j,xx} dx, \\ K_{ij}^{22} &= D \int_0^L \varphi_{i,xx} \varphi_{j,xx} dx, \quad K_{ij}^{23} = -D^s \int_0^L \varphi_{i,xx} \varphi_{j,xx} dx, \\ K_{ij}^{33} &= H \int_0^L \varphi_{i,xx} \varphi_{j,xx} dx + A^s \int_0^L \varphi_{i,x} \varphi_{j,x} dx, \quad M_{ij}^{11} = I_0 \int_0^L \varphi_{i,x} \varphi_{j,x} dx, \\ M_{ij}^{12} &= -I_1 \int_0^L \varphi_{i,x} \varphi_{j,x} dx, \quad M_{ij}^{13} = J_1 \int_0^L \varphi_{i,x} \varphi_{j,x} dx, \quad M_{ij}^{22} = I_0 \int_0^L \varphi_i \varphi_j dx + I_2 \int_0^L \varphi_{i,x} \varphi_{j,x} dx, \\ M_{ij}^{23} &= -J_2 \int_0^L \varphi_{i,x} \varphi_{j,x} dx, \quad M_{ij}^{33} = K_2 \int_0^L \varphi_{i,x} \varphi_{j,x} dx \end{aligned} \quad (19)$$

3. Ví dụ tính toán

Trong phần này, các ví dụ số được thực hiện để khảo sát dao động tự do của dầm composite. Mỗi lớp của dầm là vật liệu trục hướng, có chiều dày bằng nhau với đặc trưng cơ học như sau:

$$E_1 = 40E_2, E_2 = E_3, G_{12} = G_{13} = 0.6E_2, G_{23} = 0.5E_2, \nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = 0.25 \quad (20)$$

Tần số phi thứ nguyên được xác định theo công thức:

$$\bar{\omega} = \frac{\omega L^2}{h} \sqrt{\frac{\rho}{E_2}} \quad (21)$$

3.1. Nghiên cứu sự hội tụ

Xét dầm composite có $L/h = 5$ với các điều kiện biên (BC) C-C, C-S, C-F và S-S. Tần số dao động riêng của dầm thể hiện trong Bảng 2. Có thể thấy rằng, lời giải hội tụ khi $m = 10$ và giá trị này được sử dụng để khai thác kết quả số trong bài báo này.

Bảng 2. Khảo sát sự hội tụ của lời giải

BC	m					
	2	4	6	8	10	12
C-C	12.039	11.670	11.612	11.603	11.601	11.601
C-S	10.653	10.565	10.563	10.563	10.563	10.563
C-F	4.288	4.234	4.230	4.230	4.230	4.230
S-S	9.259	9.218	9.206	9.206	9.206	9.206

3.2. Dầm composite có hướng sợi trục giao

Trong phần này, tần số dao động của dầm composite có hướng sợi trục giao được khảo sát và so sánh với các kết quả đã công bố trước đây. Bảng 3 thể hiện tần số dao động của dầm với tỷ lệ $L/h = 5$ và 10. Có thể thấy rằng, kết quả trong nghiên cứu này trùng khớp với các kết quả của Mantari và Canales [3], Khdeir và Reddy [4], Nguyễn và Cộng sự (CS) [6]. Bảng 3 cũng cho thấy rằng, tần số dao động của dầm tăng khi tỷ số L/h tăng.

Bảng 3. Tần số dao động dầm composite lớp có hướng sợi trục giao

L/h	Hướng sợi ($^\circ$)	Tham khảo	C-C	C-S	C-F	S-S
5	0/90	Nghiên cứu của Mantari và Canales (2016)	10.020	8.285	2.381	6.125
		Khdeir và Reddy (1994)	9.974	8.268	2.375	6.109
		Nguyễn và CS (2018)	10.026	8.033	2.386	6.128
		Nguyễn và CS (2018)	10.019	-	2.381	6.125
	0/90/0	Nghiên cứu của Mantari và Canales (2016)	11.601	10.563	4.230	9.206
		Khdeir và Reddy (1994)	11.486	10.520	4.221	9.208
		Khdeir và Reddy (1994)	11.603	10.239	4.234	9.208
		Nguyễn và CS (2018)	11.601	-	4.230	9.206
	0/90...(10 lớp)	Nghiên cứu của Mantari và Canales (2016)	10.783	9.717	3.522	8.153
		Khdeir và Reddy (1994)	10.693	9.689	3.517	8.154
		Khdeir và Reddy (1994)	10.784	9.356	3.527	8.156
		Nghiên cứu của	10.783	9.717	3.522	8.153
10	0/90	Nghiên cứu của	13.658	10.267	2.541	6.940
		Nghiên cứu của	13.658	10.267	2.541	6.940

0/90/0	Mantari và Canales (2016)	13.628	10.239	2.532	6.913
	Khdeir và Reddy (1994)	13.660	10.129	2.544	6.945
	Nguyễn và CS (2018)	13.653	-	2.541	6.940
	Nghiên cứu của Mantari và Canales (2016)	19.712	17.238	4.490	13.607
	Khdeir và Reddy (1994)	19.652	17.225	5.490	13.610
0/90...(10 lớp)	Khdeir và Reddy (1994)	19.712	16.599	5.495	13.614
	Nguyễn và CS (2018)	19.707	-	5.490	13.607
	Nghiên cứu của Mantari và Canales (2016)	17.583	14.676	4.192	10.887
	Khdeir và Reddy (1994)	17.544	14.668	4.190	10.883
	Khdeir và Reddy (1994)	17.580	14.221	4.197	10.893

3.3. Dầm composite có hướng sợi bất kỳ

Trong các kết cấu thực tế, bên cạnh dầm composite lớp có hướng sợi trục giao thì dầm composite lớp có hướng sợi bất kỳ cũng khá phổ biến. Trong ví dụ này, tác giả phân tích dao động của dầm có hướng sợi bất kỳ. Kết quả tần số dao động được cho ở Bảng 4 và so sánh với kết quả của Mantari và Canales (2016). Có thể thấy rằng, kết quả nghiên cứu có sự sai lệch với kết quả của Mantari và Canales (2016), đặc biệt là với dầm có hướng sợi 30^0 , 45^0 , 60^0 . Điều này được giải thích như sau: trong nghiên cứu này, tác giả sử dụng giả thiết trạng thái ứng suất phẳng trong mặt phẳng x-z, giả thiết này ảnh hưởng lớn đối với các dầm có hướng sợi 30^0 , 45^0 , 60^0 . Bảng 4 cũng cho thấy rằng, tần số dao động của dầm giảm khi hướng sợi tăng.

Bảng 4. Tần số dao động của dầm

L/b	Hướng sợi (0)	Mantari và Canales (2016)				Nghiên cứu			
		C-C	C-S	C-F	S-S	C-C	C-S	C-F	S-S
5	0	12.011	10.963	4.361	9.550	12.137	11.009	4.370	9.548
	30	11.116	10.089	3.719	8.544	7.587	5.963	1.559	4.171
	45	9.990	8.815	2.871	7.033	6.345	4.804	1.202	3.264
	60	8.063	6.561	1.795	4.724	5.743	4.287	1.057	2.883
	90	5.337	3.936	0.960	2.620	5.437	4.036	0.990	2.705
	0/30/0	11.872	10.852	4.322	9.465	11.943	10.871	4.312	9.447
	0/45/0	11.738	10.741	4.286	9.380	11.819	10.761	4.282	9.361
	0/60/0	11.609	10.630	4.252	9.295	11.706	10.658	4.255	9.281
10	0	20.415	17.814	5.625	13.998	20.480	17.828	5.625	13.995
	30	18.359	15.560	4.481	11.570	9.383	6.785	1.613	4.466
	45	15.324	12.183	3.209	8.591	7.390	5.253	1.230	3.422
	60	10.554	7.777	1.880	5.176	6.543	4.624	1.078	3.003
	90	5.970	4.197	0.975	2.714	6.143	4.333	1.008	2.810
	0/30/0	20.221	17.658	5.579	13.882	20.234	17.616	5.540	13.810
	0/45/0	20.029	17.508	5.541	13.780	20.048	17.481	5.521	13.737
	0/60/0	19.840	17.364	5.512	13.689	19.874	17.355	5.505	13.670

4. Kết luận

Bài báo đề xuất lời giải Ritz để khảo sát dao động tự do của dầm composite. Trường chuyển vị của bài toán dựa vào lý thuyết biến dạng cắt bậc ba của Reddy. Quy luật biến dạng phẳng được sử dụng để thiết lập mối quan hệ ứng suất - biến dạng dầm. Các hàm dạng Ritz được đề xuất để xấp xỉ trường chuyển vị của bài toán. Phương trình chủ đạo của bài toán dựa vào nguyên lý Lagrange. Các ví dụ số được thực hiện để khảo sát sự hội tụ của lời giải và so sánh với các kết quả từ các nghiên cứu trước. Ngoài ra, sự ảnh hưởng của tỷ lệ chiều dài/chiều cao dầm và hướng sợi lên dao động tự do của dầm cũng được khảo sát. Kết quả cho thấy rằng, các hàm dạng đề xuất rất hiệu quả trong việc phân tích dầm composite.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Khdeir and J. Reddy (1994), Free vibration of cross-ply laminated beams with arbitrary boundary conditions, *International Journal of Engineering Science*. 32(12) 1971-1980.
2. G.M. Cook and A. Tessler (1998), A {3, 2}-order bending theory for laminated composite and sandwich beams, *Composites Part B: Engineering*. 29(5) 565-576.
3. H. Matsunaga (2001), Vibration and buckling of multilayered composite beams according to higher order deformation theories, *Journal of Sound and Vibration*. 246(1) 47-62.
4. J. Bernoulli (1964), Curvatura laminae elasticae, *Acta eruditorum*. (13) 262-276.
5. J. Li, Q. Huo, X. Li, X. Kong, and W. Wu (2014), Vibration analyses of laminated composite beams using refined higher-order shear deformation theory, *International Journal of Mechanics and Materials in Design*. 10(1) 43-52.
6. J. Mantari and F. Canales (2016), Free vibration and buckling of laminated beams via hybrid Ritz solution for various penalized boundary conditions, *Composite Structures*. 152 306-315.
7. J.N. Reddy (1984), A simple higher-order theory for laminated composite plates, *Journal of applied mechanics*. 51(4) 745-752.
8. N.-D. Nguyen, T.-K. Nguyen, T.P. Vo, and H.-T. Thai (2018), Ritz-based analytical solutions for bending, buckling and vibration behavior of laminated composite beams, *International Journal of Structural Stability and Dynamics*. 18(11) 1850130.
9. S.P. Timoshenko (1922), X. On the transverse vibrations of bars of uniform cross-section, The London, Edinburgh, and Dublin, *Philosophical Magazine and Journal of Science*. 43(253) 125-131.
10. W. Chen, C. Lv, and Z. Bian (2004), Free vibration analysis of generally laminated beams via state-space-based differential quadrature, *Composite Structures*. 63(3) 417-425.

PHƯƠNG PHÁP PROPER GENERALIZED DECOMPOSITION CHO BÀI TOÁN DÒNG CHẢY NHỚT KHÔNG NÉN

Lê Quốc Cường¹, Đỗ Thị Ngọc Tam¹

1. Trường Đại học Thủ Dầu Một.

Tóm tắt

Trong bài báo này, phương pháp Proper Generalized Decomposition (PGD) được đề xuất để giải các bài toán tương tác dòng chảy nhớt không nén ở các điều kiện biên khác nhau. Trong phương trình chuyển động của dòng chảy nhớt không nén, sự phân ly giữa vận tốc và áp suất được trình bày bằng phương pháp chiếu. Sau đó, áp dụng phương pháp PGD kết hợp với phương pháp sai phân hữu hạn giải các phương trình vi phân đạo hàm riêng để tìm vận tốc và áp suất của dòng chảy. Phương pháp đề xuất được áp dụng để giải hai bài toán dòng chảy nhớt không nén ở các điều kiện biên khác nhau. Các kết quả mô phỏng số được so sánh với các kết quả tham khảo đã được công bố.

1. Giới thiệu

Nhiều mô hình bài toán thường gặp trong khoa học và kỹ thuật thường được định nghĩa trong không gian đa chiều, điều đó làm cho vấn đề chiều thứ nguyên trở nên cực kỳ phức tạp khi áp dụng kỹ thuật chia lưới rời rạc thông thường. Hơn nữa các mô hình theo tiêu chuẩn có thể trở thành đa chiều khi các thông số thay đổi. Vì vậy việc phát triển một phương pháp mới nhằm giải quyết bài toán một cách nhanh chóng hơn là rất cần thiết.

Phương pháp PGD lần đầu tiên được giới thiệu bởi giáo sư Chinesta và các cộng sự (2010). Sự ra đời của phương pháp PGD đã góp phần hỗ trợ giải quyết bài toán có số chiều không gian lớn một cách hiệu quả với thời gian xử lý nhanh và độ chính xác cao. Phương pháp PGD ngày càng được mở rộng ứng dụng để giải quyết các bài toán đa chiều trong các lĩnh vực như cơ lưu chất (A. Dumon và nnk, 2011), truyền nhiệt (E. Prulière và nnk, 2013), vật liệu composite (P. Vidal và nnk, 2012).

Phương pháp PGD là phương pháp giảm bậc mô hình dựa trên cơ sở tách biến, lời giải của bài toán được tìm dưới dạng tổng của các tích hàm số trên mỗi chiều không gian. Giả sử trường u phụ thuộc N biến số $(x_1, x_2, \dots, x_N)$, khi đó giá trị u được viết dưới dạng tách biến như sau:

$$u(x_1, x_2, \dots, x_N) = \sum_{i=1}^Q F_i(x_1) \cdot F_i(x_2) \dots F_i(x_N) \quad (1)$$

trong đó x_i ($i = 1, 2, \dots, N$) là biến số không gian, thời gian hay tham số mà bài toán cần khảo sát.

2. Minh họa phương pháp PGD

Để minh họa cho phương pháp PGD, chúng ta xét phương trình Poisson trong không gian hai chiều như sau:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = f(x, y) \text{ trong miền } \Omega = \Omega_x \times \Omega_y \quad (2)$$

Mục tiêu của chúng ta là áp dụng phương pháp PGD để tìm nghiệm xấp xỉ của phương trình (2). Giả sử nghiệm xấp xỉ của phương trình được viết dưới dạng tách biến như sau:

$$p(x, y) \approx \sum_{i=1}^N X_i(x) \cdot Y_i(y) \quad (3)$$

Giả sử lời giải ở bước lặp thứ n đã biết, chúng ta cần tìm lời giải ở bước lặp thứ $n+1$

$$p^{n+1}(x, y) \approx \sum_{i=1}^n X_i(x) \cdot Y_i(y) + R(x) \cdot S(y) \quad (4)$$

ở đây: $R(x) = X_{n+1}(x)$ và $S(y) = Y_{n+1}(y)$

Phương trình (2) được đưa về dạng yếu như sau:

$$\int_{\Omega_x \times \Omega_y} p^* \cdot \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} - f \right) dx dy = 0 \quad (5)$$

với $p^* = R^* \cdot S + R \cdot S^*$ là hàm trọng số. (6)

Thay (4) và (6) vào phương trình (5), ta được:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_x \times \Omega_y} (R^* \cdot S + R \cdot S^*) \cdot \left(\frac{d^2 R}{dx^2} \cdot S + R \cdot \frac{d^2 S}{dy^2} \right) dx dy &= \int_{\Omega_x \times \Omega_y} (R^* \cdot S + R \cdot S^*) \cdot f dx dy \\ &- \int_{\Omega_x \times \Omega_y} (R^* \cdot S + R \cdot S^*) \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{d^2 X_i}{dx^2} \cdot Y_i \right) dx dy \\ &- \int_{\Omega_x \times \Omega_y} (R^* \cdot S + R \cdot S^*) \cdot \sum_{i=1}^n \left(X_i \cdot \frac{d^2 Y_i}{dy^2} \right) dx dy \end{aligned} \quad (7)$$

Để giải phương trình (7) tìm $R(x)$ và $S(y)$, chúng ta sử dụng giải thuật lặp cố định luân phiên gồm các bước sau:

Bước 1: Tìm hàm $R(x)$

Giả sử $S(y)$ đã biết, khi đó $S^* = 0$, thay vào phương trình (7), ta được:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_x \times \Omega_y} R^* \cdot S \cdot \left(\frac{d^2 R}{dx^2} \cdot S + R \cdot \frac{d^2 S}{dy^2} \right) dx dy &= \int_{\Omega_x \times \Omega_y} R^* \cdot S \cdot f dx dy \\ &- \int_{\Omega_x \times \Omega_y} R^* \cdot S \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{d^2 X_i}{dx^2} \cdot Y_i \right) dx dy \\ &- \int_{\Omega_x \times \Omega_y} R^* \cdot S \cdot \sum_{i=1}^n \left(X_i \cdot \frac{d^2 Y_i}{dy^2} \right) dx dy \end{aligned} \quad (8)$$

Vì tất cả các hàm phụ thuộc y ở phương trình (8) đã biết, chúng ta có thể thực hiện tích phân một chiều trên Ω_y :

$$\begin{cases} a_x = \int_{\Omega_y} S^2 dy \\ b_x = \int_{\Omega_y} S \cdot \frac{d^2 S}{dy^2} dy \\ c_x(x) = \int_{\Omega_y} S \cdot f(x, y) dy \\ a_x^i = \int_{\Omega_y} S \cdot Y_i dy \\ b_x^i = \int_{\Omega_y} S \cdot \frac{d^2 Y_i}{dy^2} dy \end{cases} \quad (9)$$

Khi đó phương trình (8) trở thành:

$$\int_{\Omega_x} R^* \cdot \left(a_x \frac{d^2 R}{dx^2} + b_x R \right) dx = \int_{\Omega_x} R^* \cdot c_x(x) dx - \int_{\Omega_x} R^* \cdot \sum_{i=1}^n a_x^i \frac{d^2 X_i}{dx^2} dx - \int_{\Omega_x} R^* \cdot \sum_{i=1}^n b_x^i X_i dx \quad (10)$$

Phương trình (10) là dạng yếu một chiều được định nghĩa trên Ω_x , vì vậy chúng ta có thể áp dụng các phương pháp rời rạc phù hợp (phương pháp phần tử hữu hạn, thể tích hữu hạn,...). Ngoài ra chúng ta có thể đưa về dạng mạnh như sau:

$$a_x \frac{d^2 R}{dx^2} + b_x R = c_x(x) - \sum_{i=1}^n a_x^i \frac{d^2 X_i}{dx^2} - \sum_{i=1}^n b_x^i X_i \quad (11)$$

Bước 2: Tìm hàm $S(y)$

Với $R(x)$ vừa tính ở bước trên, khi đó $R^* = 0$, thay vào phương trình (7), ta được:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_x \times \Omega_y} R \cdot S^* \cdot \left(\frac{d^2 R}{dx^2} \cdot S + R \cdot \frac{d^2 S}{dy^2} \right) dx dy &= \int_{\Omega_x \times \Omega_y} R \cdot S^* \cdot f dx dy \\ &- \int_{\Omega_x \times \Omega_y} R \cdot S^* \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{d^2 X_i}{dx^2} \cdot Y_i \right) dx dy \\ &- \int_{\Omega_x \times \Omega_y} R \cdot S^* \cdot \sum_{i=1}^n \left(X_i \cdot \frac{d^2 Y_i}{dy^2} \right) dx dy \end{aligned} \quad (12)$$

Vì tất cả các hàm phụ thuộc x ở phương trình (12) đã biết, chúng ta có thể thực hiện tích phân một chiều trên Ω_x :

$$\begin{cases} a_y = \int_{\Omega_x} R^2 dx \\ b_y = \int_{\Omega_x} R \cdot \frac{d^2 R}{dx^2} dx \\ c_y(y) = \int_{\Omega_x} R \cdot f(x, y) dx \\ a_y^i = \int_{\Omega_x} R \cdot X_i dx \\ b_y^i = \int_{\Omega_x} R \cdot \frac{d^2 X_i}{dx^2} dx \end{cases} \quad (13)$$

Khi đó phương trình (12) trở thành:

$$\int_{\Omega_y} S^* \cdot \left(a_y \frac{d^2 S}{dy^2} + b_y S \right) dy = \int_{\Omega_y} S^* \cdot c_y(y) dy - \int_{\Omega_y} S^* \cdot \sum_{i=1}^n a_y^i \frac{d^2 Y_i}{dy^2} dy - \int_{\Omega_y} S^* \cdot \sum_{i=1}^n b_y^i Y_i dy \quad (14)$$

Phương trình (14) có thể đưa về dạng mạnh như sau:

$$a_y \frac{d^2 S}{dy^2} + b_y R = c_y(y) - \sum_{i=1}^n a_y^i \frac{d^2 Y_i}{dy^2} - \sum_{i=1}^n b_y^i Y_i \quad (15)$$

Các bước giải để tìm $R(x)$ và $S(y)$ được lặp cho đến khi kết quả hội tụ. Nếu ký hiệu $R^{(q)}(x)$ và $R^{(q-1)}(x)$ là hàm $R(x)$ đã được tính ở bước lặp hiện tại và bước lặp trước, tương tự với $S^{(q)}(y)$ và $S^{(q-1)}(y)$, tiêu chuẩn dừng được chọn như sau:

$$e = \|R^{(q)}(x) \cdot S^{(q)}(y) - R^{(q-1)}(x) \cdot S^{(q-1)}(y)\| < \varepsilon_{RS} \quad (16)$$

ở đây ε_{RS} là hằng số được chọn đủ bé để đảm bảo độ chính xác.

Sau khi các bước lặp tìm $R(x)$ và $S(y)$ hội tụ, chúng ta xác định được $X_{n+1}(x) = R(x)$ và $S_{n+1}(y) = R(y)$. Quá trình tìm các cặp hàm $(X_i(x), Y_i(y))$ phải được tiếp tục cho đến khi đạt được sự hội tụ toàn cục của bài toán ở bước lặp thứ N , khi đó nghiệm xấp xỉ của bài toán được tính như sau:

$$p(x, y) \approx \sum_{i=1}^N X_i(x) \cdot Y_i(y) \quad (17)$$

Điều kiện dừng toàn cục của bài toán được tính như sau:

$$E = \frac{\|res\|_2}{\|f(x, y)\|} < \varepsilon_p \quad (18)$$

ở đây ε_p là một hằng số được chọn đủ nhỏ và res là hàm thặng dư của bài toán,

$$res = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - f(x, y) \quad (19)$$

Một điều quan trọng để nhận ra rằng phương trình Poisson hai chiều ban đầu được định nghĩa trên $\Omega = \Omega_x \times \Omega_y$ đã được chuyển đổi thành các bài toán một chiều trên Ω_x và Ω_y với phương pháp PGD.

Trong bài báo này, các phương trình vi phân một chiều sẽ được giải bằng phương pháp sai phân hữu hạn với độ chính xác bậc bốn. Xét lưới một chiều gồm N điểm lưới $x_1 < x_2 < \dots < x_{i-1} < x_i < x_{i+1} < \dots < x_{N-1} < x_N$ với bước lưới đều $h = x_{i+1} - x_i$. Giả sử $f(x)$ là một hàm bất kỳ, khi đó đạo hàm bậc nhất của hàm f với độ chính xác bậc bốn tại điểm x_i được cho như sau:

$$\left\{ \begin{array}{l} f'_i = \frac{\frac{1}{12} f_{i-2} - \frac{2}{3} f_{i-1} + \frac{2}{3} f_{i+1} - \frac{1}{12} f_{i+2}}{h} + O(h^4), i = 3, 4, \dots, N-2 \\ f'_i = \frac{-\frac{25}{12} f_i + 4 f_{i+1} - 3 f_{i+2} + \frac{4}{3} f_{i+3} - \frac{1}{4} f_{i+4}}{h} + O(h^4), i = 1, 2 \\ f'_i = \frac{\frac{25}{12} f_i - 4 f_{i-1} + 3 f_{i-2} - \frac{4}{3} f_{i-3} + \frac{1}{4} f_{i-4}}{h} + O(h^4), i = N-1, N \end{array} \right. \quad (20)$$

Đạo hàm bậc hai của hàm f với độ chính xác bậc bốn tại điểm x_i được tính bằng công thức sau:

$$\left\{ \begin{array}{l} f''_i = \frac{-\frac{1}{12} f_{i-2} + \frac{4}{3} f_{i-1} - \frac{5}{2} f_i + \frac{4}{3} f_{i+1} - \frac{1}{12} f_{i+2}}{h^2} \\ \quad + O(h^4), i = 3, 4, \dots, N-2 \\ f''_i = \frac{\frac{15}{4} f_i - \frac{77}{6} f_{i+1} + \frac{107}{6} f_{i+2} - 13 f_{i+3} + \frac{61}{12} f_{i+4} - \frac{5}{6} f_{i+5}}{h} \\ \quad + O(h^4), i = 1, 2, N-1, N \end{array} \right. \quad (21)$$

Tương tự, đạo hàm bậc bốn của hàm f với độ chính xác bậc bốn tại các điểm biên và các điểm bên trong được tính bởi công thức sau:

$$\left\{ \begin{array}{l} f'''_i = \frac{-\frac{1}{6} f_{i-3} + 2 f_{i-2} - \frac{13}{2} f_{i-1} + \frac{28}{3} f_i - \frac{13}{2} f_{i+1} + 2 f_{i+2} - \frac{1}{6} f_{i+3}}{h^4} \\ \quad + O(h^4), i = 4, 5, \dots, N-3 \\ f'''_i = \frac{\frac{28}{3} f_i - \frac{111}{2} f_{i+1} + 142 f_{i+2} - \frac{1219}{6} f_{i+3} + 176 f_{i+4} - \frac{185}{2} f_{i+5} + \frac{82}{3} f_{i+6} - \frac{7}{2} f_{i+7}}{h^4} \\ \quad + O(h^4), i = 1, 2, 3, N-2, N-1, N \end{array} \right. \quad (22)$$

3. Hệ phương trình Navier – Stokes

Sự chuyển động của dòng lưu chất được mô tả bằng hệ phương trình Navier-Stokes như sau:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla p = \mu \Delta \mathbf{u} \quad (23)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (24)$$

ở đây $\mathbf{x} = (x, y)$, $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = (u(\mathbf{x}, t), v(\mathbf{x}, t))$ và $p(\mathbf{x}, t)$ là vận tốc lưu chất và áp suất của dòng lưu chất. Hệ số ρ và μ là hằng số khối lượng riêng và độ nhớt của lưu chất.

Khó khăn chủ yếu gặp phải trong lời giải hệ phương trình Navier Stokes là sự tồn tại kết hợp vận tốc - áp suất với phương trình liên tục, để giải quyết vấn đề này, chúng tôi đã sử dụng phương pháp chiếu được đề xuất bởi Chorin [5]. Trong phương pháp chiếu, việc rời rạc hệ phương trình (23) và (23) được trình bày như sau:

$$\rho^n \frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} = -\nabla p^{n+1} - \rho^n (\mathbf{u}^n \cdot \nabla) \mathbf{u}^n + \mu \Delta \mathbf{u}^n \quad (25)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0 \quad (26)$$

với điều kiện biên:

$$\mathbf{u}^{n+1} \Big|_{\partial\Omega} = \mathbf{u}_b^{n+1} \quad (27)$$

Hệ phương trình (22) – (24) được giải theo trình tự như sau:

Bước 1: Tính trực tiếp vận tốc trung gian $\mathbf{u}^*$ từ phương trình động lượng (25) bỏ qua thành phần gradient áp suất:

$$\frac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^n}{\Delta t} = -(\mathbf{u}^n \cdot \nabla) \mathbf{u}^n + \frac{\mu}{\rho^n} \Delta \mathbf{u}^n \quad (28)$$

ở đây $\mathbf{u}^n$ là vận tốc ở bước thời gian thứ n .

Bước 2: Hiệu chỉnh áp suất:

$$\Delta p^{n+1} = \frac{\rho^n}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^* \quad (29)$$

Đây là phương trình Poisson cho áp suất, giải phương trình này chúng ta sẽ tìm được áp suất ở bước thời gian $n+1$.

Bước 3: Cập nhật vận tốc ở bước thời gian $n+1$

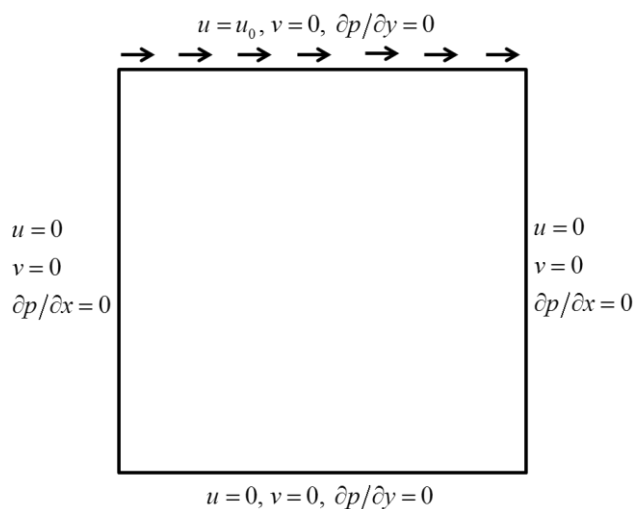
$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^* - \frac{\Delta t}{\rho^n} \nabla p^{n+1} \quad (30)$$

Có thể thấy rằng hầu hết thời tính toán sẽ mất nhiều nhất trong việc giải phương trình Poisson để tìm áp suất dòng lưu chất như trình bày ở bước 2. Trong bài báo này, phương pháp PGD dựa trên sơ đồ sai phân bậc bốn được đề xuất để giải phương trình Poisson.

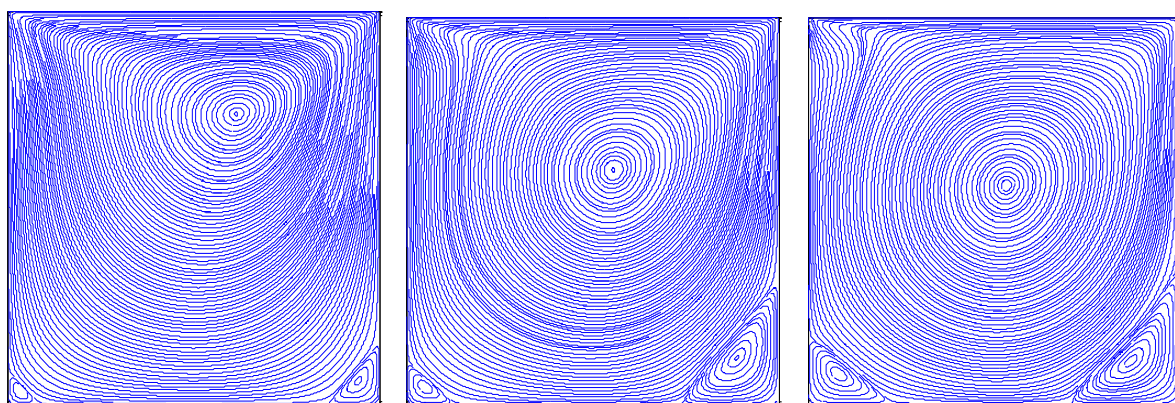
4. Kết quả mô phỏng số

4.1. Bài toán Lid-driven cavity flow

Trong phần này, chúng ta sẽ tiến hành mô phỏng số bài toán dòng chảy nhớt không nén trong một miền vuông $\Omega = [0,1] \times [0,1]$ ở các hệ số Reynolds khác nhau ($Re = 100$, $Re = 400$, $Re = 1000$). Các điều kiện biên Dirichlet được áp đặt cho vận tốc và điều kiện biên Neumann thuần nhất được áp đặt cho áp suất. Ở đây, hai thành phần vận tốc đều triệt tiêu trên biên, ngoại trừ thành phần vận tốc theo phương x ở cạnh trên của miền tính toán là $u_0 = 1$. Miền tính toán được chia lưới đều 121×121 và bước thời gian mô phỏng được chọn là $\Delta t = 10^{-3}$. Các kết quả mô phỏng sẽ được so sánh với các kết quả của Ghia và các cộng sự được trình bày theo (U. Ghia và nnk, 1982).

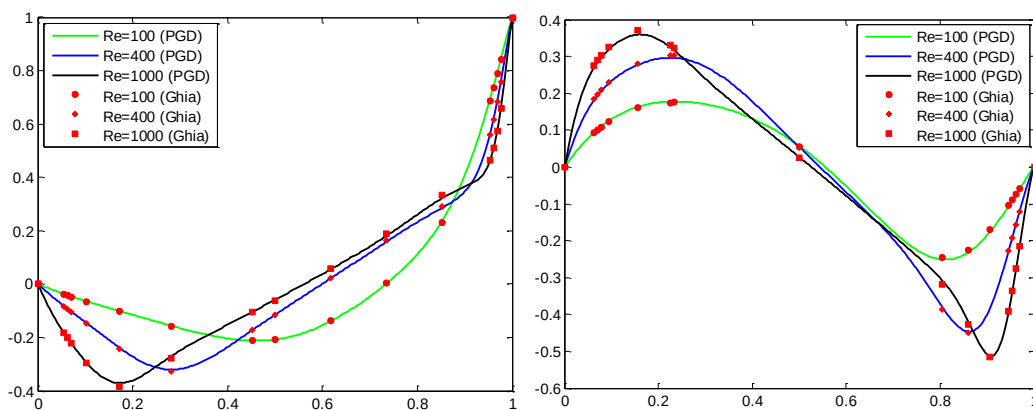


Hình 1. Miền tính toán và điều kiện biên của bài toán Lid-driven cavity



Hình 2. Đường dòng ở các hệ số Reynolds khác nhau: $Re = 100$ (trái), $Re = 400$ (giữa) và $Re = 1000$ (phải)

Hình 2 trình bày đường dòng ở các hệ số $Re = 100$, $Re = 400$ và $Re = 1000$. Hình 3 minh họa vận tốc theo chiều trục x ở vị trí $x = 0.5$ và vận tốc theo chiều trục y ở vị trí $y = 0.5$ được tính bằng phương pháp IB-PGD rời rạc trên lưới không đều. Từ kết quả ở Hình 3 cho thấy phương pháp đề xuất có kết quả đồng thuận rất tốt với các kết quả tham khảo của Ghia và cộng sự (J. Kim and P. Moin, 1985).

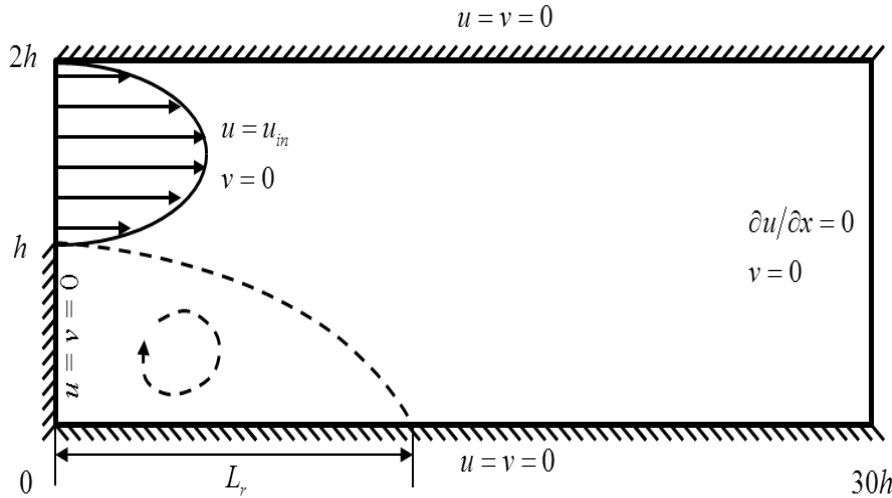


Hình 3. Vận tốc theo chiều trục x ở vị trí $x = 0.5$ (trái) và trục y ở vị trí $y = 0.5$ (phải)

4.2. Bài toán Backward-facing step flow

Trong phần này, dòng chảy bậc qua một miền chữ nhật được mô tả như Hình 4. Miền dòng chảy được cho như sau $[0, 30h] \times [0, 2h]$, ở đây h là chiều cao của bậc. Các điều kiện biên không trượt được áp dụng cho cả biên trên và biên dưới. Trường vận tốc vào ở biên trái được mô tả là một dòng chảy song song với thành phần vận tốc theo phương ngang và được định nghĩa như sau:

$$u(y) = 24y(0.5 - y) \text{ với } 0 \leq y \leq 0.5 \quad (31)$$



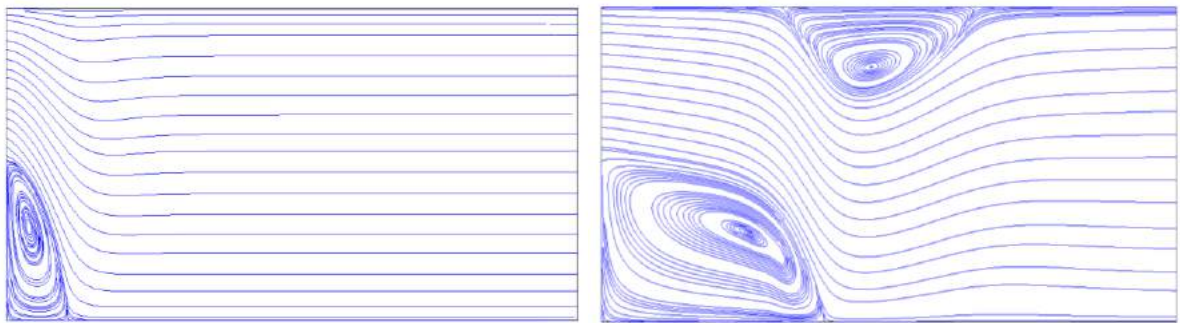
Hình 4. Miền tính toán và điều kiện biên của bài toán Backward-facing step flow

Thành phần vận tốc theo phương ngang có biên dạng là parabol với vận tốc vào cực đại là $u_{max} = 1.5$ và vận tốc vào trung bình là $u_{avg} = 1.0$. Điều kiện biên dòng ra được áp đặt cho biên phải của miền tính toán. Hệ số Reynolds được định nghĩa bởi quan hệ sau:

$$Re = \rho u_{avg} H / \mu \quad (32)$$

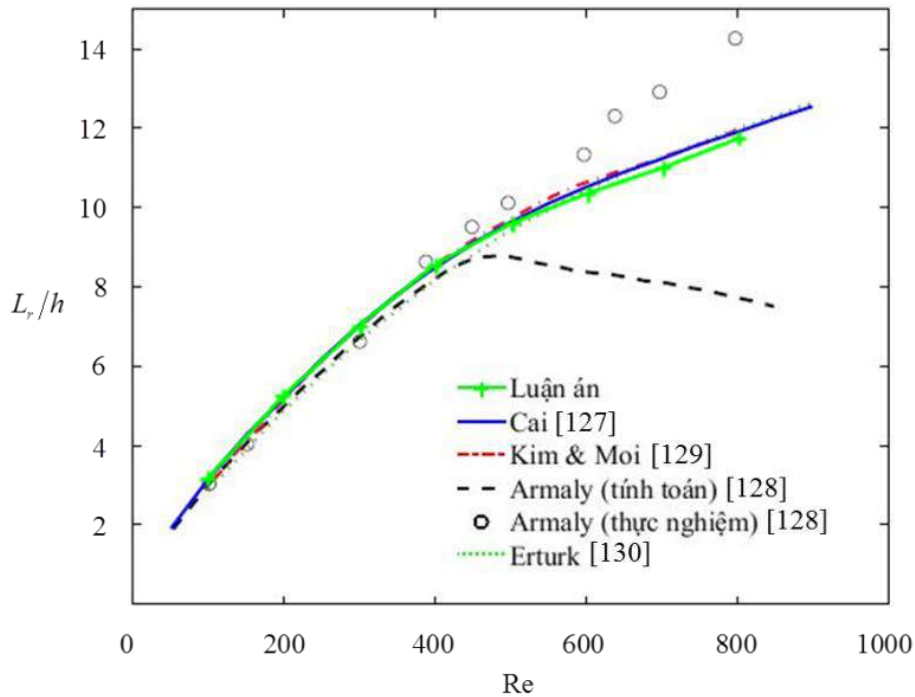
ở đây $H = 2h$ là chiều cao của kênh.

Sau đây bài toán sẽ được mô phỏng ở các hệ số Reynolds khác nhau. Lưới 1201×81 được sử dụng để rời rạc miền tính toán và bước thời gian được chọn là $\Delta t = 10^{-3}$.



Hình 5. Đường dòng của bài toán dòng chảy bậc qua miền chữ nhật ở hệ số $Re = 100$ (trên)
 $Re = 800$ (dưới)

Hình 5 trình bày đường dòng ở các hệ số Reynolds 100 và 800. Ở hệ số $Re=100$ một xoáy nhỏ được hình thành sau bậc. Kích thước của xoáy gia tăng khi tăng hệ số Reynolds. Ở $Re=800$, chúng ta thấy xuất hiện thêm một xoáy thứ hai ở biên trên của miền dòng chảy. Hình 6 trình bày đại lượng L_r/h như là một hàm của hệ số Reynolds. Để kiểm chứng độ chính xác của phương pháp được đề xuất trong bài báo này, các kết quả được so sánh với các kết quả thực nghiệm và các kết quả mô phỏng số đã được công bố. Từ kết quả so sánh cho thấy sự đồng thuận khá tốt của phương pháp đề xuất với các kết quả tham khảo (S. Cai, 2016; B. F. Armaly và nnk, 2006; J. Kim and P. Moin, 1985; E. Erturk, 2008).



Hình 6. So sánh chiều dài vùng xoáy của bài toán dòng chảy bậc qua miền chữ nhật

5. Kết luận

Bài báo đã trình bày sự kết hợp của phương pháp PGD và phương pháp sai phân hữu hạn dựa trên sơ đồ sai phân bậc hai để giải quyết các bài toán dòng chảy nhớt không nén ở các điều kiện biên khác nhau. Bài báo cũng đưa ra hai ví dụ số về dòng chảy nhớt không nén qua một miền vuông và miền chữ nhật ở các điều kiện biên khác nhau. Các kết quả đã được công bố cho thấy tính hiệu quả của phương pháp đề xuất.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Dumon, C. Allery, and A. Ammar, “Proper general decomposition (PGD) for the resolution of Navier–Stokes equations”, *Journal of Computational Physics*, vol. 230, pp. 1387-1407, 2011/02/20/, 2011.
2. J. Chorin, “Numerical Solution of the Navier-Stokes Equations”, *Mathematics of Computation*, vol. 22, pp. 745-762, 1968.
3. F. Armaly, F. Durst, J. C. F. Pereira, and B. Schöning, “Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow”, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 127, pp. 473-496, 2006.

4. E. Erturk, “Numerical solutions of 2-D steady incompressible flow over a backward-facing step, Part I: High Reynolds number solutions”, *Computers & Fluids*, vol. 37, pp. 633-655, 2008/07/01/, 2008.
5. E. Prulière, F. Chinesta, A. Ammar, A. Leygue, and A. Poitou, “On the solution of the heat equation in very thin tapes”, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 65, pp. 148-157, 2013/03/01/, 2013.
6. F. Chinesta, A. Ammar, and E. Cueto, “Proper generalized decomposition of multiscale models”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 83, pp. 1114-1132, 2010/08/20, 2010.
7. J. Kim and P. Moin, “Application of a fractional-step method to incompressible Navier-Stokes equations”, *Journal of Computational Physics*, vol. 59, pp. 308-323, 1985/06/01/, 1985.
8. P. Vidal, L. Gallimard, and O. Polit, “Composite beam finite element based on the Proper Generalized Decomposition”, *Computers & Structures*, vol. 102-103, pp. 76-86, 2012/07/01/, 2012.
9. S. Cai, “*Computational fluid-structure interaction with the moving immersed boundary method*”, 2016.
10. U. Ghia, K. N. Ghia, and C. T. Shin, “High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method”, *Journal of Computational Physics*, vol. 48, pp. 387-411, 1982/12/01/, 1982.

PHƯƠNG PHÁP ĐẲNG HÌNH HỌC DỰA TRÊN TRÍCH XUẤT BÉZIER CHO PHÂN TÍCH DAO ĐỘNG TỰ DO CỦA TẮM VẬT LIỆU ÁP ĐIỆN BIẾN ĐỔI CHỨC NĂNG CÓ LỖ RỔNG

Nguyễn Thị Bích Liễu¹

1. Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật TP HCM

Tóm tắt

Phương pháp đẳng hình học (IGA) được đề xuất cho đến thời điểm này là một công cụ số tính toán mô phỏng có tính tin cậy và hiệu quả cao cho phân tích các lớp bài toán khác nhau. Bài báo này sử dụng phương pháp IGA dựa trên trích xuất Bézier kết hợp với lý thuyết biến dạng cắt bậc cao liên tục C^0 dạng tổng quát để phân tích dao động tự do của tấm vật liệu áp điện biến đổi chức năng (FGPM) có lỗ rỗng, gọi tắt là FGPM. Bài báo cũng khảo sát các đáp ứng động về tần số dao động tự do của tấm vật liệu áp điện biến đổi chức năng cũng như đưa ra kết quả về sự ảnh hưởng của chỉ số vật liệu (power index), chỉ số thể tích lỗ rỗng (the porosity volume fraction), hiệu điện thế áp vào và các tỷ số kích thước hình học và các điều kiện biên khác nhau. Tính chính xác và độ tin cậy của phương pháp đề xuất được thể hiện bằng cách so sánh với lời giải giải tích và những công bố liên quan trên các tạp chí uy tín.

1. Giới thiệu

Vật liệu áp điện là một trong những loại vật liệu thông minh, trong đó các tính chất điện và cơ học đã được ghép nối. Một trong những tính năng chính của vật liệu áp điện là khả năng thực hiện chuyển đổi giữa năng lượng điện và cơ năng. Theo đó, khi một cấu trúc được dán các lớp áp điện chịu tải trọng cơ học, vật liệu áp điện có thể tạo ra điện. Ngược lại, cấu trúc có thể được thay đổi hình dạng nếu đặt một điện trường. Do tính chất cơ học và điện, các vật liệu áp điện đã được áp dụng rộng rãi để tạo ra các cấu trúc thông minh trong lĩnh vực hàng không, vũ trụ, ô tô, quân sự, y tế và các lĩnh vực khác. Liên quan đến tấm tích hợp với các lớp áp điện, có nhiều phương pháp số khác nhau được đưa ra để dự đoán ứng xử của chúng.

Trong thực tế, cấu trúc tấm vật liệu không phải lúc nào cũng hoàn hảo mà bên trong tồn tại những lỗ rỗng do quá trình chế tạo vật liệu, làm suy giảm độ cứng của vật liệu. Những lỗ rỗng này có thể là khí hoặc lỏng ví dụ như cấu trúc xương hoặc gỗ trong tự nhiên... Nghiên cứu đặc tính tương tác cơ điện của vật liệu tấm áp điện phân lớp chức năng có lỗ rỗng là một bước đột phá mang tính mới và rất cần thiết. Loại vật liệu mà bài báo nghiên cứu cũng hứa hẹn là loại vật liệu rất đáng quan tâm và thu hút sự chú ý của các nhà nghiên cứu trong và ngoài nước.

Hiện nay trên thế giới, sự tương tác cơ điện của các cấu trúc áp điện chức năng đã được nghiên cứu bởi một số nhà khoa học. Zhong và Shang (2003) đã đưa ra lời giải ba chiều chính xác cho một tấm hình chữ nhật FGPM với các điều kiện biên đơn giản. Điều khiển dao động

tự do và cường bức của tấm FGPM dưới tải điện cơ cũng được thực hiện bởi Jadhav và Bajoria (2013). Bên cạnh đó, Kiani và cộng sự (2011) nghiên cứu ứng xử uốn của dầm Timoshenko FGPM chịu tải nhiệt điện. Sử dụng phương pháp vi phân bậc hai dạng tổng quát và lý thuyết tấm Mindlin cải tiến, Sharma và Parashar (2016) đã phân tích dao động tự do của các tấm hình khuyên FGPM. Uốn tĩnh và dao động tự do của một tấm micro FGPM đã được trình bày bởi Li và Pan (2015) dựa trên lý thuyết modified couple-stress. Ngoài ra, Behjat và Khoshravan (2012) đã đề cập đến phi tuyến hình học cho phân tích tĩnh và dao động tự do của các tấm áp điện được phân loại chức năng bằng phương pháp phần tử hữu hạn. Gần đây nhất, một cách tiếp cận phân tích dao động tự do và đáp ứng tức thời của các tấm FGPM đã được thực hiện bởi Zhu và cộng sự (2018) cho các điều kiện biên tổng quát.

Về các tấm FGPM với sự hiện diện của lỗ rỗng (FGPMP), theo tra cứu của tác giả, có một số bài báo được tìm thấy gần đây. Ví dụ, Barati và cộng sự (2016) đã phân tích dao động tự do của các tấm FGPMP sử dụng một lý thuyết bốn biến cải tiến, trong đó dạng lỗ rỗng đồng đều và không đồng đều đã được xem xét. Đồng thời, họ cũng nghiên cứu đáp ứng ổn định của các tấm áp điện thông minh có lỗ rỗng nằm trên nền đàn hồi (Barati và cộng sự, 2016). Đặc tính dao động tự do của tấm vật liệu đa trường từ cơ điện rỗng chức năng (MEE-FG) cũng được nghiên cứu bởi Ebrahimi và cộng sự (2017). Wang (2018) nghiên cứu về ứng xử tương tác cơ điện FGPM rỗng trong trạng thái chuyển đổi. Ngoài ra, Wang và Zu (2017) đã nghiên cứu các dao động cường bức phi tuyến của các tấm FGPM rỗng.

Về tấm FGM, các tác giả như Nguyễn Đình Đức và cộng sự đã nghiên cứu đa dạng các bài toán về FGM sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn. Nguyễn Trung Kiên và cộng sự cũng đã có rất nhiều nghiên cứu về tấm FGM sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn và giải tích, ví dụ như nghiên cứu lý thuyết biến dạng cắt bậc cao cải tiến cho phân tích tĩnh, dao động tự do và ổn định tấm FGM; sử dụng phương pháp giải tích cho phân tích dao động tự do và ổn định của dầm phân lớp chức năng dưới tải cơ và nhiệt; phân tích tĩnh và dao động tự do của tấm sandwich chức năng sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn với MITC3 hay sử dụng lý thuyết biến dạng cắt bậc cao hyperbolic cho phân tích tấm FGM... Nhìn chung, các nhà nghiên cứu trong nước đã nghiên cứu về tấm FGM với nhiều phương pháp khác nhau, nhưng đối với phân tích đẳng hình học cho tấm áp điện phân lớp chức năng có lỗ rỗng thì hầu như chưa thấy công bố.

Có thể thấy rằng, các công trình nói trên đã sử dụng phương pháp giải tích và phần tử hữu hạn để giải quyết các bài toán liên quan đến các tấm hình chữ nhật với hình học đơn giản, trong khi các ứng dụng thực tế xảy ra với hình học phức tạp hơn. Theo đó, việc tìm một phương pháp số thích hợp rất được khuyến khích. Trong bối cảnh khác, độ chính xác của các giải pháp số để giải quyết các tấm FGPMP được nâng cao đáng kể với việc sử dụng các phương pháp gần đúng bậc cao hơn. Điều này là lý do thúc đẩy chúng tôi thiết lập công thức tính toán cho một phương pháp số mới vượt ra ngoài phương pháp phần tử hữu hạn tiêu chuẩn. Đó là phương pháp phần tử hữu hạn đẳng hình học (IGA). Trong nghiên cứu này, một cách tiếp cận khác về IGA với trích xuất Bézier sẽ được đề xuất cho phân tích dao động tự do tấm vật liệu áp điện phân lớp chức năng có lỗ rỗng sử dụng lý thuyết biến dạng cắt bậc cao dạng liên tục C^0 . Đây là một bài báo mang tính mới và tính khoa học cao cho việc áp dụng phương pháp số trong tính toán bài toán tấm.

2. Cơ sở lý thuyết

2.1. Lý thuyết tấm FGPM

Xét một tấm FGPM có chiều dài a , chiều rộng b và độ dày h . Tấm được làm bằng vật liệu hỗn hợp PZT-4 và PZT-5H chịu điện thế $\Phi(x, y, z, t)$ như trong Hình 1, trong đó các bề mặt hoàn toàn PZT-4 và PZT-5H được phân bố ở các lớp trên cùng ($z = h/2$) và dưới cùng ($z = -h/2$), tương ứng. Hai loại tấm xếp áp điện chức năng bao gồm FGPM-I và FGPM-II được xem xét trong nghiên cứu này. Đối với một kiểu phân bố đều, FGPM-I, các tính chất vật liệu hiệu quả của các tấm xếp áp điện thông qua hướng độ dày được tính toán bằng mô hình định luật điện biến đổi (a modified power-law model) (Barati và cs, 2016):

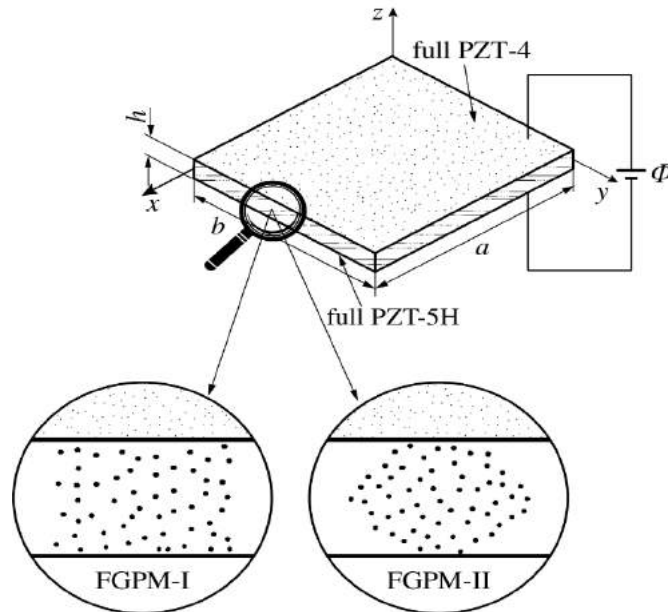
$$\begin{aligned} c_{ij}(z) &= (c_{ij}^u - c_{ij}^l) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^g + c_{ij}^l - \frac{\alpha}{2} (c_{ij}^u + c_{ij}^l); \\ (i, j) &= \{(1,1), (1,2), (1,3), (3,3), (5,5), (6,6)\} \\ e_{ij}(z) &= (e_{ij}^u - e_{ij}^l) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^g + e_{ij}^l - \frac{\alpha}{2} (e_{ij}^u + e_{ij}^l); \quad (i, j) = \{(3,1), (3,3), (3,5)\} \\ k_{ij}(z) &= (k_{ij}^u - k_{ij}^l) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^g + k_{ij}^l - \frac{\alpha}{2} (k_{ij}^u + k_{ij}^l); \quad (i, j) = \{(1,1), (3,3)\} \\ \rho(z) &= (\rho^u - \rho^l) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^g + \rho^l - \frac{\alpha}{2} (\rho^u + \rho^l) \end{aligned} \quad (1)$$

trong đó c_{ij} , e_{ij} và k_{ij} được định nghĩa như trên, g là chỉ số thể tích vật liệu đại diện cho sự phân bố vật liệu trên bề dày tấm, ρ là khối lượng riêng; các ký hiệu u và l lần lượt biểu thị các đặc tính vật liệu của bề mặt trên và dưới và α là thể tích lỗ rỗng.

Đối với loại phân bố không đồng đều (uneven), FGPM-II, lỗ rỗng tập trung nhiều ở bề mặt giữa của mặt cắt ngang và số lượng lỗ rỗng sẽ ít dần đi về hai phía ở mặt trên và mặt dưới của mặt cắt ngang. Trong trường hợp này, các đặc tính vật liệu được tính bằng:

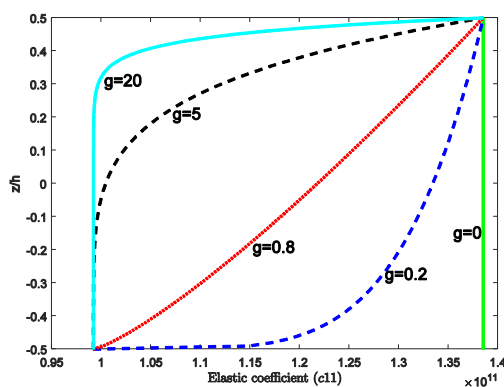
$$\begin{aligned} c_{ij}(z) &= (c_{ij}^u - c_{ij}^l) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^g + c_{ij}^l - \frac{\alpha}{2} (c_{ij}^u + c_{ij}^l) \left(1 - \frac{2|z|}{h} \right); \\ (i, j) &= \{(1,1), (1,2), (1,3), (3,3), (5,5), (6,6)\} \\ e_{ij}(z) &= (e_{ij}^u - e_{ij}^l) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^g + e_{ij}^l - \frac{\alpha}{2} (e_{ij}^u + e_{ij}^l) \left(1 - \frac{2|z|}{h} \right); \\ (i, j) &= \{(3,1), (3,3), (3,5)\} \\ k_{ij}(z) &= (k_{ij}^u - k_{ij}^l) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^g + k_{ij}^l - \frac{\alpha}{2} (k_{ij}^u + k_{ij}^l) \left(1 - \frac{2|z|}{h} \right); \\ (i, j) &= \{(1,1), (3,3)\} \\ \rho(z) &= (\rho^u - \rho^l) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^g + \rho^l - \frac{\alpha}{2} (\rho^u + \rho^l) \left(1 - \frac{2|z|}{h} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

Để chỉ ra ảnh hưởng của phần thể tích lỗ rỗng đến tính chất vật liệu, tác giả minh họa sự biến thiên của hệ số đàn hồi c_{11} của tấm FGPM xấp được làm bằng PZT-4/PZT-5H so với theo độ dày với các giá trị chỉ số g khác nhau như được mô tả trong Hình 2. Có thể thấy rằng hệ số đàn hồi của tấm FGPM hoàn hảo $\alpha = 0$ thì liên tục xuyên qua bề mặt trên cùng (giàu PZT-4) xuống phía dưới.

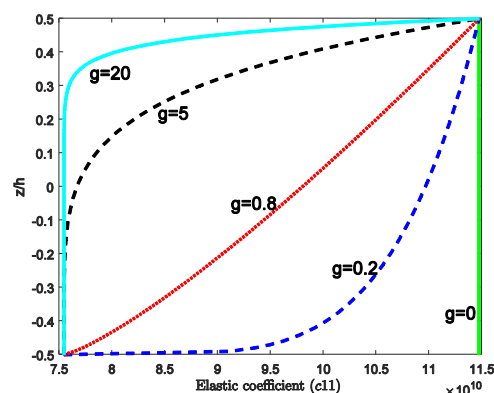


Hình 1. Hình học và mặt cắt ngang của tấm FGMP

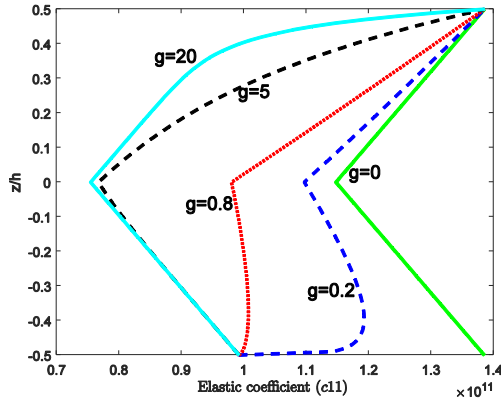
Bề mặt (giàu PZT-5H) như chỉ ra ở Hình 2a. Khi $g = 0$, hệ số đàn hồi thì không đổi thông qua độ dày tấm. Các đồ thị biểu diễn của c_{11} cũng được vẽ trong Hình 2b và Hình 2c tương ứng cho tấm FGPM-I và FGPM-II rỗng. Như đã thấy, đồ thị biểu diễn giống nhau cho loại tấm hoàn hảo FGPM và FGPM-I với lỗ rỗng. Tuy nhiên, độ lớn của hệ số đàn hồi của FGPM-I xấp thấp hơn so với tấm FGPM hoàn hảo. Do đó, độ cứng của FGPM bị giảm khi tấm có xuất hiện lỗ rỗng. Hơn nữa, đối với loại FGPM-II, giá trị hệ số đàn hồi lớn nhất ở mặt dưới và mặt trên và giảm dần về phía hướng khu vực giữa như được chỉ ra trong Hình 2c. Hình 2d hiển thị ảnh hưởng của lỗ rỗng đến hệ số đàn hồi. Có thể thấy rằng độ lớn của hệ số đàn hồi của tấm FGPM-II bằng với FGPM hoàn hảo ở mặt dưới và mặt trên, và bằng với tấm FGPM-I ở bề mặt giữa tấm.



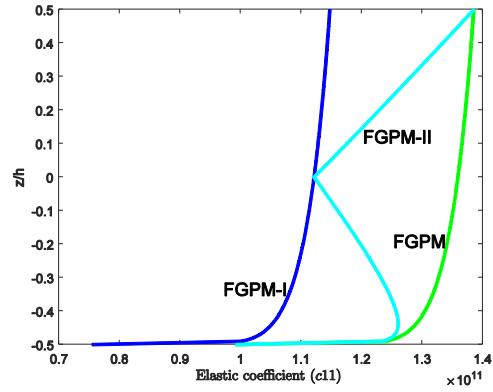
a. Tấm FGPM đặc



b. Tấm rỗng FGPM-I



c. Tấm rỗng FGPM-II



d. Tấm FGPM, $g=0.1$

Hình 2. Khảo sát hệ số đàn hồi c_{11} của tấm FGPM được làm từ PZT-4/PZT-5H với $\alpha=0.2$

2.1. Trường chuyển vị theo lý thuyết biến dạng cắt bậc cao liên tục C^0 dạng tổng quát

Theo lý thuyết biến dạng cao (HSDT) tổng quát, trường chuyển vị của điểm bất kỳ trên tấm có năm ẩn số và có thể được viết lại bởi:

$$\mathbf{u}(x, y, z, t) = \mathbf{u}^1(x, y, t) + z\mathbf{u}^2(x, y, t) + f(z)\mathbf{u}^3(x, y, t) \quad (3)$$

trong đó

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{u}^1 = \begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{u}^2 = -\begin{Bmatrix} w_{0,x} \\ w_{0,y} \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{u}^3 = \begin{Bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

với u_0, v_0, w_0, θ_x và θ_y là chuyển vị trong mặt phẳng, chuyển vị cắt và các góc xoay trong mặt phẳng y - z , x - z tương ứng; các ký hiệu ‘ x ’ và ‘ y ’ là đạo hàm của hàm bất kỳ theo biến x và y tương ứng.

Để tránh đạo hàm bậc cao trong các công thức gần đúng và dễ dàng áp dụng các điều kiện biên tương tự như phần tử hữu hạn chuẩn, các giả định thêm vào được thực hiện như sau:

$$w_{0,x} = \beta_x; \quad w_{0,y} = \beta_y \quad (5)$$

Thay thế phương trình (5) vào phương trình (4), ta được:

$$\mathbf{u}^1 = \{u_0 \quad v_0 \quad w_0\}^T; \quad \mathbf{u}^2 = -\{\beta_x \quad \beta_y \quad 0\}^T; \quad \mathbf{u}^3 = \{\theta_x \quad \theta_y \quad 0\}^T \quad (6)$$

Từ phương trình (6), có thể thấy rằng trường tương thích biến dạng yêu cầu liên tục C^0 . Lý thuyết này có tên gọi là lý thuyết biến dạng cắt bậc cao dạng liên tục C^0 (C^0 -HSDT).

Dựa trên C^0 -HSDT, biến dạng uốn và cắt được biểu diễn như sau:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \{\varepsilon_{xx} \quad \varepsilon_{yy} \quad \gamma_{xy}\}^T = \boldsymbol{\varepsilon}^0 + z\boldsymbol{\varepsilon}^1 + f(z)\boldsymbol{\varepsilon}^2; \quad \boldsymbol{\gamma} = \{\gamma_{xz} \quad \gamma_{yz}\}^T = \boldsymbol{\varepsilon}^{s0} + f'(z)\boldsymbol{\varepsilon}^{s1} \quad (7)$$

trong đó

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varepsilon}^0 &= \begin{Bmatrix} u_{0,x} \\ v_{0,y} \\ u_{0,y} + v_{0,x} \end{Bmatrix}; \boldsymbol{\varepsilon}^1 = -\begin{Bmatrix} \beta_{x,x} \\ \beta_{y,y} \\ \beta_{x,y} + \beta_{y,x} \end{Bmatrix}; \boldsymbol{\varepsilon}^2 = \begin{Bmatrix} \theta_{x,x} \\ \theta_{y,y} \\ \theta_{x,y} + \theta_{y,x} \end{Bmatrix} \\ \boldsymbol{\varepsilon}^{s0} &= \begin{Bmatrix} w_{0,x} - \beta_x \\ w_{0,y} - \beta_y \end{Bmatrix}; \boldsymbol{\varepsilon}^{s1} = \begin{Bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix}\end{aligned}\quad (8)$$

với $f'(z)$ là đạo hàm của hàm $f(z)$. Trong bài báo này, $f(z) = z - \frac{4z^3}{3h^2}$.

2.3. Vật liệu áp điện

Phương trình chủ yếu của vật liệu áp điện tuyến tính có thể được biểu diễn như sau:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \mathbf{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{c} & -\mathbf{e}^T \\ \mathbf{e} & \mathbf{g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix} \quad (9)$$

trong đó $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ và $\boldsymbol{\sigma}$ là vecto biến dạng và ứng suất tương ứng; $\mathbf{c}$ là ma trận hệ số đàn hồi. Vecto trường điện $\mathbf{E}$ có thể được định nghĩa:

$$\mathbf{E} = -\text{grad}\phi = -\nabla\phi \quad (10)$$

Lưu ý rằng, đối với loại vật liệu áp điện được xem xét trong công trình này, ma trận hằng số ứng suất áp điện $\mathbf{e}$, ma trận hằng biến dạng áp điện $\mathbf{d}$ và ma trận hằng số điện môi $\mathbf{g}$ có thể được viết như sau:

$$\begin{aligned}\mathbf{e} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{d} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 \end{bmatrix}; \\ \mathbf{g} &= \begin{bmatrix} p_{11} & 0 & 0 \\ 0 & p_{22} & 0 \\ 0 & 0 & p_{33} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (11)$$

2.4. Động học của tấm FGPM

Hàm của điện thế được chọn sao cho sự phân bố điện và từ thông qua độ dày tấm được thỏa mãn phương trình Maxwell trong xấp xỉ gần đúng tĩnh:

$$\Phi(x, y, z, t) = g(z)\phi(x, y, t) + \frac{2z}{h}V_0e^{i\omega t} \quad (12)$$

trong đó V_0 là điện áp áp vào, $g(z)$ là hàm phân bố bất kỳ của tọa độ z , $\phi(x, y, t)$ là hàm điện thế trong mặt phẳng tham chiếu và ω là giá trị riêng.

Theo phương trình (12), các điện trường (E_x, E_y và E_z) trở thành:

$$E_x = -\Phi_{,x} = -g(z)\phi_{,x}; E_y = -\Phi_{,y} = -g(z)\phi_{,y}; E_z = -\Phi_{,z} = -g'(z)\phi - \frac{2V_0}{h}e^{i\omega t} \quad (13)$$

Đối với một tấm xấp áp điện FG, các mối quan hệ cấu thành chủ yếu được mô tả bởi:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= C_{ijkl}\varepsilon_{kl} - e_{kij}E_k \\ D_i &= e_{ikl}\varepsilon_{kl} + k_{ik}E_k\end{aligned}\quad (14)$$

trong đó σ_{ij} , ε_{kl} , D_i và E_k là ứng suất, biến dạng, chuyển vị điện và trường điện; C_{ijkl} , e_{ijk} và k_{ik} là ma trận hệ số đàn hồi, ma trận hệ số áp điện và ma trận hệ số điện môi.

Vecto trường điện $\mathbf{E}$ có thể được diễn tả như sau:

$$\mathbf{E} = -\text{grad}\phi = -\nabla\phi \quad (15)$$

Các công thức trong phương trình (14) cũng được viết lại rõ ràng theo các dạng ma trận như sau:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}^b &= \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{c}_{11} & \tilde{c}_{12} & 0 \\ \tilde{c}_{12} & \tilde{c}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{c}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & \tilde{e}_{31} \\ 0 & 0 & \tilde{e}_{31} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{Bmatrix} = \mathbf{C}^b \boldsymbol{\varepsilon}^b - \mathbf{C}_c^b \mathbf{E}^b \\ \boldsymbol{\tau}^s &= \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{c}_{55} & 0 \\ 0 & \tilde{c}_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{e}_{15} & 0 \\ 0 & \tilde{e}_{14} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \end{Bmatrix} = \mathbf{C}^s \boldsymbol{\gamma} - \mathbf{C}_c^s \mathbf{E}^s \\ \mathbf{D}^p &= \begin{Bmatrix} D_x \\ D_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{e}_{15} & 0 \\ 0 & \tilde{e}_{14} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{k}_{11} & 0 \\ 0 & \tilde{k}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \end{Bmatrix} = \mathbf{C}_c^s \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{C}^k \mathbf{E}^s \end{aligned} \quad (16)$$

$$D^z = \tilde{e}_{31}\varepsilon_x + \tilde{e}_{32}\varepsilon_y + \tilde{k}_{33}E_z$$

trong đó $\tilde{c}_{ij}$, $\tilde{e}_{ij}$ và $\tilde{k}_{ij}$ định nghĩa hệ số ma trận giảm của tấm FGPM và chúng được diễn tả như sau:

$$\begin{aligned} \tilde{c}_{11} &= c_{11} - \frac{c_{13}^2}{c_{33}}, \tilde{c}_{12} = c_{12} - \frac{c_{13}c_{23}}{c_{33}}, \tilde{c}_{66} = c_{66} \\ \tilde{e}_{31} &= e_{31} + \frac{c_{13}e_{33}}{c_{33}}, \tilde{k}_{11} = k_{11}, \tilde{k}_{33} = k_{33} + \frac{e_{33}^2}{c_{33}} \end{aligned} \quad (17)$$

Sử dụng nguyên lý Hamilton để có được các phương trình điều khiển của dao động tự do cho các tấm FGPM:

$$\int_0^t (\delta \Pi_S - \delta \Pi_K + \delta \Pi_I) dt = 0 \quad (18)$$

trong đó Π_S , Π_K và Π_I là năng lượng do biến dạng, động năng và thế năng do ứng suất ban đầu được tạo ra từ việc áp hiệu điện thế tương ứng.

Năng lượng biến dạng $\delta \Pi_S$ được định nghĩa là:

$$\delta \Pi_S = \int_{\hat{V}} \left(\sigma_{xx} \delta \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \delta \varepsilon_{yy} + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz} + \tau_{yz} \delta \gamma_{yz} - \dots \right) d\hat{V} \quad (19)$$

Thay thế phương trình (16) vào phương trình (19), dạng yếu Galerkin có thể được viết lại thành:

$$\begin{aligned} \delta \Pi_S &= \int_{\hat{V}} \left((\delta \boldsymbol{\varepsilon}^b)^T \mathbf{C}^b \boldsymbol{\varepsilon}^b - (\delta \boldsymbol{\varepsilon}^b)^T \mathbf{C}_c^b \mathbf{E}^b + \delta \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{C}^s \boldsymbol{\gamma} - \delta \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{C}_c^s \mathbf{E}^s - \right. \\ &\quad \left. (\delta \mathbf{E}^s)^T \mathbf{C}_c^s \boldsymbol{\gamma} - (\delta \mathbf{E}^s)^T \mathbf{C}^k \mathbf{E}^s \right) d\hat{V} - \\ &\quad \int_{\hat{V}} (\delta E_z)^T (\tilde{e}_{31}\varepsilon_x + \tilde{e}_{32}\varepsilon_y + \tilde{k}_{33}E_z) d\hat{V} \end{aligned} \quad (20)$$

trong đó

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^0 + z\varepsilon_x^1 + f(z)\varepsilon_x^2; \quad \varepsilon_y = \varepsilon_y^0 + z\varepsilon_y^1 + f(z)\varepsilon_y^2 \quad (21)$$

Phương trình (20) có thể được chia thành hai tích phân độc lập theo hướng bề mặt giữa và hướng trục z như sau:

$$\begin{aligned} \delta\Pi_S = & \int_{\Omega} (\hat{\varepsilon}^b)^T \hat{\mathbf{C}}^b \delta\tilde{\varepsilon}^b d\Omega + \left(\int_{\Omega} (\phi^b)^T \hat{\mathbf{C}}_c^{b1} \varepsilon^0 d\Omega + \int_{\Omega} (\phi^b)^T \hat{\mathbf{C}}_c^{b2} \varepsilon^1 d\Omega + \int_{\Omega} (\phi^b)^T \hat{\mathbf{C}}_c^{b3} \varepsilon^2 d\Omega \right) + \\ & \int_{\Omega} (\hat{\varepsilon}^s)^T \hat{\mathbf{C}}^s \delta\tilde{\varepsilon}^s d\Omega + \int_{\Omega} (\phi^s)^T \hat{\mathbf{C}}_c^s \delta\tilde{\varepsilon}^s d\Omega + \int_{\Omega} (\varepsilon^s)^T \hat{\mathbf{C}}_c^s \delta\phi^s d\Omega + \int_{\Omega} (\phi^s)^T \hat{\mathbf{C}}^k \delta\phi^s d\Omega + \\ & \left(\int_{\Omega} \varepsilon_x^0 \tilde{e}_{31}^1 \delta\phi^z d\Omega + \int_{\Omega} \varepsilon_x^1 \tilde{e}_{31}^2 \delta\phi^z d\Omega + \int_{\Omega} \varepsilon_x^2 \tilde{e}_{31}^3 \delta\phi^z d\Omega + \int_{\Omega} \varepsilon_y^0 \tilde{e}_{32}^1 \delta\phi^z d\Omega + \int_{\Omega} \varepsilon_y^1 \tilde{e}_{32}^2 \delta\phi^z d\Omega + \right. \\ & \left. \int_{\Omega} \varepsilon_y^2 \tilde{e}_{32}^3 \delta\phi^z d\Omega + \int_{\Omega} \phi^z \hat{k}_{33} \delta\phi^z d\Omega - e^{i\omega t} \int_{-h/2}^{h/2} g'(z) dz \int_{\Omega} \frac{2V_0}{h} \tilde{k}_{33} \delta\phi^z d\Omega \right) \end{aligned} \quad (22)$$

Về bên phải của phương trình (22) có thể được viết lại dưới dạng nhỏ gọn như sau:

$$\delta\Pi_S = \delta\Pi_1 + \delta\Pi_2 + \delta\Pi_3 + \delta\Pi_4 + \delta\Pi_5 + \delta\Pi_6 + \delta\Pi_7 \quad (23)$$

trong đó

$$\begin{aligned} \delta\Pi_1 = & \int_{\Omega} (\hat{\varepsilon}^b)^T \hat{\mathbf{C}}^b \delta\tilde{\varepsilon}^b d\Omega; \quad \delta\Pi_2 = \int_{\Omega} (\phi^b)^T \hat{\mathbf{C}}_c^{b1} \varepsilon^0 d\Omega + \int_{\Omega} (\phi^b)^T \hat{\mathbf{C}}_c^{b2} \varepsilon^1 d\Omega + \int_{\Omega} (\phi^b)^T \hat{\mathbf{C}}_c^{b3} \varepsilon^2 d\Omega; \\ \delta\Pi_3 = & \int_{\Omega} (\hat{\varepsilon}^s)^T \hat{\mathbf{C}}^s \delta\tilde{\varepsilon}^s d\Omega; \quad \delta\Pi_4 = \int_{\Omega} (\phi^s)^T \hat{\mathbf{C}}_c^s \delta\tilde{\varepsilon}^s d\Omega; \quad \delta\Pi_5 = \int_{\Omega} (\varepsilon^s)^T \hat{\mathbf{C}}_c^s \delta\phi^s d\Omega; \\ \delta\Pi_6 = & \int_{\Omega} (\phi^s)^T \hat{\mathbf{C}}^k \delta\phi^s d\Omega; \\ \delta\Pi_7 = & \int_{\Omega} \varepsilon_x^0 \tilde{e}_{31}^1 \delta\phi^z d\Omega + \int_{\Omega} \varepsilon_x^1 \tilde{e}_{31}^2 \delta\phi^z d\Omega + \int_{\Omega} \varepsilon_x^2 \tilde{e}_{31}^3 \delta\phi^z d\Omega + \int_{\Omega} \varepsilon_y^0 \tilde{e}_{32}^1 \delta\phi^z d\Omega + \int_{\Omega} \varepsilon_y^1 \tilde{e}_{32}^2 \delta\phi^z d\Omega + \\ & \int_{\Omega} \varepsilon_y^2 \tilde{e}_{32}^3 \delta\phi^z d\Omega + \int_{\Omega} \phi^z \hat{k}_{33} \delta\phi^z d\Omega - e^{i\omega t} \int_{-h/2}^{h/2} g'(z) dz \int_{\Omega} \frac{2V_0}{h} \tilde{k}_{33} \delta\phi^z d\Omega \end{aligned} \quad (24)$$

Một cách chi tiết, các thành phần của công thức trên được viết như sau:

$$\delta\Pi_1 = \int_{\Omega} (\hat{\varepsilon}^b)^T \hat{\mathbf{C}}^b \delta\tilde{\varepsilon}^b d\Omega$$

trong đó

$$\hat{\varepsilon}^b = \left\{ \varepsilon^0 \quad \varepsilon^1 \quad \varepsilon^2 \right\}^T; \quad \hat{\mathbf{C}}^b = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^b & \mathbf{B}^b & \mathbf{E}^b \\ \mathbf{B}^b & \mathbf{D}^b & \mathbf{F}^b \\ \mathbf{E}^b & \mathbf{F}^b & \mathbf{H}^b \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$(\mathbf{A}^b, \mathbf{B}^b, \mathbf{D}^b, \mathbf{E}^b, \mathbf{F}^b, \mathbf{H}^b) = \int_{-h/2}^{h/2} (1, z, z^2, f(z), z f(z), f^2(z)) \begin{bmatrix} \tilde{c}_{11} & \tilde{c}_{12} & 0 \\ \tilde{c}_{12} & \tilde{c}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{c}_{66} \end{bmatrix} dz$$

$$\delta\Pi_2 = \int_{\Omega} (\phi^b)^T \hat{\mathbf{C}}_c^{b1} \varepsilon^0 d\Omega + \int_{\Omega} (\phi^b)^T \hat{\mathbf{C}}_c^{b2} \varepsilon^1 d\Omega + \int_{\Omega} (\phi^b)^T \hat{\mathbf{C}}_c^{b3} \varepsilon^2 d\Omega = \int_{\Omega} (\phi^b)^T \hat{\mathbf{C}}_c^b \delta\tilde{\varepsilon}^b d\Omega$$

trong đó

$$\hat{\mathbf{C}}_c^b = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{C}}_c^{b1} & \hat{\mathbf{C}}_c^{b2} & \hat{\mathbf{C}}_c^{b3} \end{bmatrix}; \hat{\mathbf{C}}_c^{b1} = \int_{-h/2}^{h/2} g'(z) \begin{bmatrix} 0 & 0 & \tilde{e}_{31} \\ 0 & 0 & \tilde{e}_{31} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} dz;$$

$$\hat{\mathbf{C}}_c^{b2} = \int_{-h/2}^{h/2} z g'(z) \begin{bmatrix} 0 & 0 & \tilde{e}_{31} \\ 0 & 0 & \tilde{e}_{31} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} dz; \hat{\mathbf{C}}_c^{b3} = \int_{-h/2}^{h/2} f(z) g'(z) \begin{bmatrix} 0 & 0 & \tilde{e}_{31} \\ 0 & 0 & \tilde{e}_{31} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} dz \quad (26)$$

$$\delta \Pi_3 = \int_{\Omega} (\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^s)^T \hat{\mathbf{C}}^s \delta \boldsymbol{\varepsilon}^s d\Omega$$

trong đó

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^s = \{\boldsymbol{\varepsilon}^{s0} \quad \boldsymbol{\varepsilon}^{s1}\}^T; \hat{\mathbf{C}}^s = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_s & \mathbf{B}_s \\ \mathbf{B}_s & \mathbf{D}_s \end{bmatrix}; \quad (27)$$

$$(\mathbf{A}_s; \mathbf{B}_s; \mathbf{D}_s) = \int_{-h/2}^{h/2} (1, f'(z), f'^2(z)) \begin{bmatrix} \tilde{c}_{55} & 0 \\ 0 & \tilde{c}_{44} \end{bmatrix} dz$$

$$\delta \Pi_4 = \int_{\Omega} (\boldsymbol{\phi}^s)^T \hat{\mathbf{C}}_c^s \delta \boldsymbol{\varepsilon}^s d\Omega \text{ và } \delta \Pi_5 = \int_{\Omega} (\boldsymbol{\varepsilon}^s)^T \hat{\mathbf{C}}_c^s \delta \boldsymbol{\phi}^s d\Omega$$

trong đó

$$\hat{\mathbf{C}}_c^s = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_c^s & \mathbf{B}_c^s \\ \mathbf{B}_c^s & \mathbf{D}_c^s \end{bmatrix}; (\mathbf{A}_c^s; \mathbf{B}_c^s; \mathbf{D}_c^s) = \int_{-h/2}^{h/2} g(z) [1, f'(z), f'^2(z)] \begin{bmatrix} \tilde{e}_{15} & 0 \\ 0 & \tilde{e}_{14} \end{bmatrix} dz \quad (28)$$

$$\delta \Pi_6 = \int_{\Omega} (\boldsymbol{\phi}^s)^T \hat{\mathbf{C}}^k \delta \boldsymbol{\phi}^s d\Omega$$

trong đó

$$\hat{\mathbf{C}}^k = \int_{-h/2}^{h/2} g(z) g'(z) \begin{bmatrix} \tilde{k}_{11} & 0 \\ 0 & \tilde{k}_{22} \end{bmatrix} dz \quad (29)$$

$$\delta \Pi_7 = \int_{\Omega} \varepsilon_x^0 \tilde{e}_{31}^1 \delta \phi^z d\Omega + \int_{\Omega} \varepsilon_x^1 \tilde{e}_{31}^2 \delta \phi^z d\Omega + \int_{\Omega} \varepsilon_x^2 \tilde{e}_{31}^3 \delta \phi^z d\Omega + \int_{\Omega} \varepsilon_y^0 \tilde{e}_{32}^1 \delta \phi^z d\Omega +$$

$$\int_{\Omega} \varepsilon_y^1 \tilde{e}_{32}^2 \delta \phi^z d\Omega + \int_{\Omega} \varepsilon_y^2 \tilde{e}_{32}^3 \delta \phi^z d\Omega + \int_{\Omega} \phi^z \hat{k}_{33} \delta \phi^z d\Omega - e^{i\omega t} \int_{-h/2}^{h/2} g'(z) dz \int_{\Omega} \frac{2V_0}{h} \tilde{k}_{33} \delta \phi^z d\Omega$$

với

$$\tilde{e}_{31}^1 = \int_{-h/2}^{h/2} g'(z) \tilde{e}_{31} dz; \tilde{e}_{31}^2 = \int_{-h/2}^{h/2} z g'(z) \tilde{e}_{31} dz; \tilde{e}_{31}^3 = \int_{-h/2}^{h/2} f(z) g'(z) \tilde{e}_{31} dz$$

$$\tilde{e}_{32}^1 = \int_{-h/2}^{h/2} g'(z) \tilde{e}_{32} dz; \tilde{e}_{32}^2 = \int_{-h/2}^{h/2} z g'(z) \tilde{e}_{32} dz; \tilde{e}_{32}^3 = \int_{-h/2}^{h/2} f(z) g'(z) \tilde{e}_{32} dz \quad (30)$$

$$\hat{k}_{33} = \int_{-h/2}^{h/2} g'(z) g'(z) \tilde{k}_{33} dz$$

Chú ý rằng khi $g(z) = 0$ tại $z = \pm h/2$ và $g(z)$ là một hàm chẵn, $\int_{-h/2}^{h/2} g'(z) dz = 0$. Vì thế,

$\delta \Pi_7$ không bị ảnh hưởng bởi các hiệu điện thế đầu vào V_0 .

Dạng biến phân của động năng có thể được viết như sau:

$$\delta \Pi_K = \int_{\Omega} \delta \hat{\mathbf{u}}^T \hat{\mathbf{m}} \ddot{\mathbf{u}} d\Omega \quad (31)$$

trong đó

$$\hat{\mathbf{u}} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^1 \\ \mathbf{u}^2 \\ \mathbf{u}^3 \end{Bmatrix}; \quad \hat{\mathbf{m}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 & \mathbf{I}_2 & \mathbf{I}_4 \\ \mathbf{I}_2 & \mathbf{I}_3 & \mathbf{I}_5 \\ \mathbf{I}_4 & \mathbf{I}_5 & \mathbf{I}_6 \end{bmatrix} \quad (32)$$

Trong đó các thành phần $\mathbf{I}_i$ ($i=1:6$) được tính toán như phương trình (32):

$$(\mathbf{I}_1, \mathbf{I}_2, \mathbf{I}_3, \mathbf{I}_4, \mathbf{I}_5, \mathbf{I}_6) = \int_{-h/2}^{h/2} \rho(z) \left(1, z, z^2, f(z), zf(z), f^2(z) \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} dz \quad (33)$$

Thế năng có được từ hiệu điện thế bên ngoài áp vào có thể được viết như sau:

$$\delta \Pi_I = \int_{\Omega} \delta \begin{Bmatrix} w_{0,x} \\ w_{0,y} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} N_x^0 & N_{xy}^0 \\ N_{xy}^0 & N_y^0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_{0,x} \\ w_{0,y} \end{Bmatrix} d\Omega = N^I \int_{\Omega} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \delta w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial \delta w}{\partial y} \right) d\Omega \quad (34)$$

trong đó

$$N_{xy}^0 = 0, N_x^0 = N_y^0 = N^I = -e^{i\alpha z} \int_{-h/2}^{h/2} \tilde{e}_{31} \frac{2V_0}{h} dz \quad (35)$$

2.5. Công thức xấp xỉ đẳng hình học dựa trên trích xuất Bézier cho tấm FGPM

Phương pháp đẳng hình học và trích xuất Bézier độc giả có thể tham khảo thêm ở các bài báo của tác giả (Lieu và cs., 2019).

Bằng cách sử dụng trích xuất Bézier của NURBS, trường chuyển vị $\mathbf{u}$ của tấm được tính gần đúng như sau:

$$\mathbf{u}(\xi, \eta) = \sum_A^{m \times n} R_A^e(\xi, \eta) \mathbf{d}_A \quad (36)$$

Trong đó $m \times n$ là số hàm cơ sở, $R_A^e(\xi, \eta)$ là hàm cơ sở NURBS được viết dưới dạng kết hợp tuyến tính của toán tử Bézier và đa thức Bernstein và $\mathbf{d}_A = \{u_{0A} \quad v_{0A} \quad w_{0A} \quad \beta_{xA} \quad \beta_{yA} \quad \theta_{xA} \quad \theta_{yA}\}^T$ là vecto bậc tự do tại nút liên quan đến điểm điều khiển A.

Trường điện $\mathbf{E}$ trong phương trình (15) có thể được viết như sau:

$$\mathbf{E} = -\nabla \mathbf{N}_{\phi} \phi_A = -\mathbf{B}_{\phi} \phi_A \quad (37)$$

với ϕ_A bậc tự do điện liên quan đến điểm điều khiển A và $\mathbf{N}_{\phi}$ là hàm dạng cho xấp xỉ trường điện.

Thay thế phương trình (36) vào phương trình (8), thành phần thứ nhất của phương trình (23), $\delta \Pi_1$ được xấp xỉ dựa trên trích xuất Bézier của hàm NURBS như sau:

$$\delta \Pi_1 = \delta \mathbf{d}^T \mathbf{K}_1 \mathbf{d} \quad (38)$$

trong đó

$$\mathbf{K}_1 = \int_{\Omega} \hat{\mathbf{B}}_u^T \hat{\mathbf{C}}^b \hat{\mathbf{B}}_u d\Omega; \quad \hat{\mathbf{B}}_u = [\mathbf{B}_1 \quad \mathbf{B}_2 \quad \mathbf{B}_3]^T \quad (39)$$

và

$$\mathbf{B}_1 = \sum_{A=1}^{mxn} \begin{bmatrix} R_{A,x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{A,y} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_{A,y} & R_{A,x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{B}_2 = -\sum_{A=1}^{mxn} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & R_{A,x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_{A,y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{A,y} & R_{A,x} & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (40)$$

$$\mathbf{B}_3 = \sum_{A=1}^{mxn} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{A,x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{A,y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_{A,y} & R_{A,x} \end{bmatrix}$$

Thành phần thứ hai của phương trình (23), $\delta\Pi_2$ có được bằng cách thay thế phương trình (36) và (37) vào phương trình (8) và (24).

$$\delta\Pi_2 = \delta\boldsymbol{\phi}^T \mathbf{K}_2 \mathbf{d} \quad (41)$$

trong đó

$$\mathbf{K}_2 = \int_{\Omega} (\mathbf{B}_{\phi}^b)^T \hat{\mathbf{C}}_c^b \hat{\mathbf{B}}_u \mathbf{d}\Omega; \mathbf{B}_{\phi}^b = -\sum_{A=1}^{mxn} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ R_A \end{bmatrix} \quad (42)$$

Thành phần thứ ba của phương trình (23), $\delta\Pi_3$, được viết như sau:

$$\delta\Pi_3 = \delta\mathbf{d}^T \mathbf{K}_3 \mathbf{d} \quad (43)$$

trong đó

$$\mathbf{K}^3 = \int_{\Omega} (\mathbf{B}^s)^T \hat{\mathbf{C}}^s \mathbf{B}^s \mathbf{d}\Omega; \mathbf{B}_s = [\mathbf{B}_s^1 \quad \mathbf{B}_s^2]^T \quad (44)$$

và

$$\mathbf{B}_s^1 = \sum_{A=1}^{mxn} \begin{bmatrix} 0 & 0 & R_{A,x} & -R_A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{A,y} & 0 & -R_A & 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{B}_s^2 = \sum_{A=1}^{mxn} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_A \end{bmatrix} \quad (45)$$

Thành phần thứ tư của phương trình (23), $\delta\Pi_4$, trở thành:

$$\delta\Pi_4 = \delta\boldsymbol{\phi}^T \mathbf{K}_4 \mathbf{d} \quad (46)$$

trong đó

$$\mathbf{K}_5 = \int_{\Omega} (\mathbf{B}_{\phi}^s)^T \hat{\mathbf{C}}_c^s \mathbf{B}^s \mathbf{d}\Omega; \mathbf{B}_{\phi}^s = -\sum_{A=1}^{mxn} \begin{bmatrix} R_{A,x} \\ R_{A,y} \end{bmatrix} \quad (47)$$

Thành phần tiếp theo của phương trình (23), $\delta\Pi_5$ tương tự như $\delta\Pi_4$, trong đó $\mathbf{K}_5$ là ma trận chuyển của $\mathbf{K}_4$

$$\mathbf{K}_5 = \int_{\Omega} (\mathbf{B}^s)^T \hat{\mathbf{C}}_c^s \mathbf{B}_{\phi}^s \mathbf{d}\Omega; \quad (48)$$

Một thành phần tiếp theo của phương trình (23), $\delta\Pi_6$ có dạng:

$$\delta\Pi_6 = \delta\boldsymbol{\phi}^T \mathbf{K}_6 \boldsymbol{\phi} \quad (49)$$

$$\mathbf{K}_6 = \int_{\Omega} (\mathbf{B}_{\phi}^s)^T \hat{\mathbf{C}}^k \mathbf{B}_{\phi}^s \mathbf{d}\Omega; \quad (50)$$

Thành phần cuối cùng của phương trình (23), $\delta\Pi_7$ được viết như sau:

$$\delta\Pi_7 = \delta\mathbf{d}^T \mathbf{K}_{71} \boldsymbol{\phi} + \delta\mathbf{d}^T \mathbf{K}_{72} \boldsymbol{\phi} + \delta\boldsymbol{\phi}^T \mathbf{K}_{73} \boldsymbol{\phi} \quad (51)$$

trong đó

$$\mathbf{K}_7 = \mathbf{K}_{71} + \mathbf{K}_{72} + \mathbf{K}_{73} = \quad (52)$$

$$\int_{\Omega} (\mathbf{B}_x)^T \hat{\mathbf{E}}_x \mathbf{B}_z d\Omega + \int_{\Omega} (\mathbf{B}_y)^T \hat{\mathbf{E}}_y \mathbf{B}_z d\Omega + \int_{\Omega} (\mathbf{B}_z)^T \hat{k}_{33} \mathbf{B}_z d\Omega;$$

$$\hat{\mathbf{E}}_x = [\tilde{e}_{31}^1 \quad \tilde{e}_{31}^2 \quad \tilde{e}_{31}^3]^T; \hat{\mathbf{E}}_y = [\tilde{e}_{32}^1 \quad \tilde{e}_{32}^2 \quad \tilde{e}_{32}^3]^T;$$

$$\mathbf{B}_x = [\mathbf{B}_x^1 \quad \mathbf{B}_x^2 \quad \mathbf{B}_x^3]^T; \mathbf{B}_y = [\mathbf{B}_y^1 \quad \mathbf{B}_y^2 \quad \mathbf{B}_y^3]^T$$

và

$$\mathbf{B}_x^1 = \sum_{A=1}^{mxn} [R_{A,x} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]; \mathbf{B}_x^2 = -\sum_{A=1}^{mxn} [0 \quad 0 \quad 0 \quad R_{A,x} \quad 0 \quad 0 \quad 0];$$

$$\mathbf{B}_x^3 = \sum_{A=1}^{mxn} [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad R_{A,x} \quad 0]; \mathbf{B}_y^1 = \sum_{A=1}^{mxn} [0 \quad R_{A,y} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0];$$

$$\mathbf{B}_y^2 = -\sum_{A=1}^{mxn} [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad R_{A,x} \quad 0 \quad 0]; \mathbf{B}_y^3 = \sum_{A=1}^{mxn} [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad R_{A,y}];$$

$$\mathbf{B}_z = -\sum_{A=1}^{mxn} R_A$$

Thế năng trong phương trình (34) cũng được xấp xỉ như sau:

$$\delta\Pi_I = \delta\mathbf{d}^T \mathbf{K}_I \mathbf{d} \quad (54)$$

trong đó

$$\mathbf{K}_I = \int_{\Omega} (\mathbf{B}_I)^T \begin{bmatrix} -2\tilde{e}_{31} V_0 & 0 \\ 0 & -2\tilde{e}_{31} V_0 \end{bmatrix} \mathbf{B}_I d\Omega; \mathbf{B}_I = \sum_{A=1}^{mxn} \begin{bmatrix} 0 & 0 & R_{A,x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{A,y} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (55)$$

Phương trình chuyển động chủ yếu có thể được suy ra bằng cách thay thế phương trình (20), (31) và (34) vào phương trình (18) ta được:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{d}} \\ \ddot{\boldsymbol{\phi}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\phi} \\ \mathbf{K}_{\phi u} & \mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ \boldsymbol{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (56)$$

trong đó

$$\mathbf{K}_{uu} = \mathbf{K}^1 + \mathbf{K}^3 - \mathbf{K}_I; \quad \mathbf{K}_{u\phi} = -(\mathbf{K}^5 + \mathbf{K}^{71} + \mathbf{K}^{72});$$

$$\mathbf{K}_{\phi u} = -(\mathbf{K}^2 + \mathbf{K}^4); \quad \mathbf{K}_{\phi\phi} = -(\mathbf{K}^6 + \mathbf{K}^{73}) \quad (57)$$

Thay thế dòng thứ hai của phương trình (56) vào phương trình dòng thứ nhất, ta có:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{d}} + (\mathbf{K}_{uu} - \mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{\phi u}) \mathbf{d} = 0 \quad (58)$$

Phương trình chủ yếu của bài toán dao động tự do có dạng:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{d} = 0 \quad (59)$$

trong đó ma trận độ cứng $\mathbf{K}$ toàn cục có dạng

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_{uu} - \mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{\phi u} \quad (60)$$

và ma trận khối lượng toàn cục $\mathbf{M}$ được mô tả giống như (61).

$$\mathbf{M}_{uu} = \int_{\Omega} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{N}_0 \\ \mathbf{N}_1 \\ \mathbf{N}_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 & \mathbf{I}_2 & \mathbf{I}_4 \\ \mathbf{I}_2 & \mathbf{I}_3 & \mathbf{I}_5 \\ \mathbf{I}_4 & \mathbf{I}_5 & \mathbf{I}_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{N}_0 \\ \mathbf{N}_1 \\ \mathbf{N}_2 \end{bmatrix} \right\} d\Omega \quad (61)$$

trong đó

$$\mathbf{I}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 & \mathbf{I}_2 & \mathbf{I}_4 \\ \mathbf{I}_2 & \mathbf{I}_3 & \mathbf{I}_5 \\ \mathbf{I}_4 & \mathbf{I}_5 & \mathbf{I}_6 \end{bmatrix}; \quad (62)$$

$$(I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6) = \int_{-h/2}^{h/2} \rho (1, z, z^2, f(z), zf(z), f^2(z)) dz$$

$$\mathbf{N}_0 = \begin{bmatrix} R_A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_A & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_A & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{N}_1 = -\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & R_A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{N}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_A \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (63)$$

3. Ví dụ số

Trong phần ví dụ số này, tác giả đưa ra hai ví dụ là tấm vuông (có nghiệm tham khảo) và tấm vuông bị khoét hình trái tim để làm ví dụ minh họa.

Hai điều kiện biên Dirichlet được sử dụng:

* Tựa đơn:

$$u_0 = w_0 = \theta_x = \beta_x = 0 \quad \text{tại } y=0, b \quad \text{và} \quad v_0 = w_0 = \theta_y = \beta_y = 0 \quad \text{tại } x=0, a$$

* Ngàm hoàn toàn:

$$u_0 = v_0 = w_0 = \beta_x = \beta_y = \theta_x = \theta_y = 0 \quad \text{tại tất cả các biên.}$$

Bảng 1. Đặc trưng vật liệu (Ramirez và cs, 2016; Vel và cs, 2004)

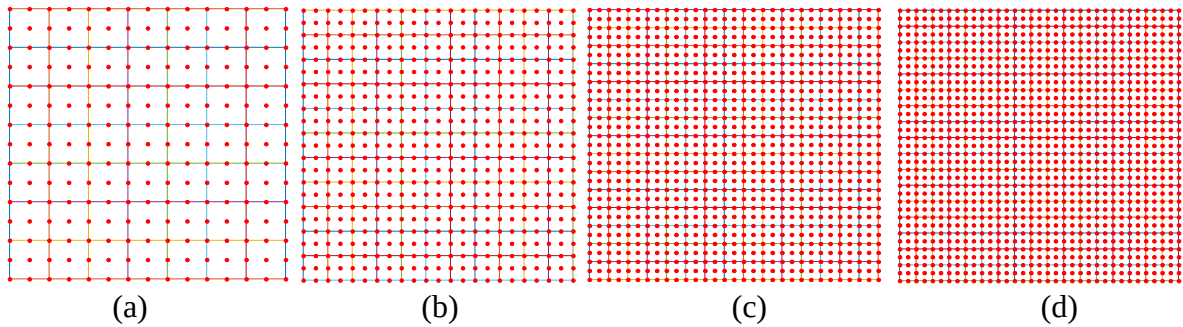
Hệ số	PZT-4 ^(*)	PZT-5A ^(*)	PZT-4 ^(**)	PZT-5H ^(**)
$c_{11}=c_{22}$ (GPa)	138.499	99.201	139	126
c_{12}	77.371	54.016	77.8	79.1
c_{13}	73.643	50.778	74	83.9
c_{33}	114.745	86.856	115	117
c_{55}	25.6	21.1	25.6	23
c_{66}	30.6	22.6	30.6	23.5
e_{31} (Cm ⁻²)	-5.2	-7.209	-5.2	-6.5
e_{33}	15.08	15.118	15.1	23.3
e_{15}	12.72	12.322	12.7	17
k_{11} (C ² m ⁻² N ⁻¹)	1.306 x10 ⁻⁹	1.53 x10 ⁻⁹	6.46 x10 ⁻⁹	15.05 x10 ⁻⁹
k_{33}	1.115 x10 ⁻⁹	1.5 x10 ⁻⁹	5.62 x10 ⁻⁹	13.02 x10 ⁻⁹

(*): Đặc trưng vật liệu được cho (Ramirez và cs, 2016).

(**): Đặc trưng vật liệu được cho (Vel và cs, 2004).

3.1. Tấm FGPM vuông

Một tấm vuông FGPM ($a/b = 1$) chịu các giá trị hiệu điện thế và các điều kiện biên khác nhau được xem xét. Tỷ số $a/h = 100$. Độ chính xác và tính tin cậy của phương pháp hiện tại được kiểm chứng bằng phương pháp giải tích được đưa ra trong tài liệu tham khảo (Barati và cs, 2016). Tính chất vật liệu được cho trong Bảng 1. Tần số dao động không thứ nguyên $\tilde{\omega}$ được định nghĩa: $\tilde{\omega} = \omega b^2 / h \sqrt{(\rho / c_{11})_{PZT-4}}$. Trước tiên, sự hội tụ và tính chính xác của lời giải được thực hiện với phần tử Bézier bậc 2 ($p = 2$) tại các lưới chia 7×7 , 11×11 , 15×15 và 17×17 phần tử được nghiên cứu và đưa ra như trong Bảng 2 cho tấm FGPM hoàn hảo với điều kiện biên hoàn toàn tựa đơn. Hình 3 minh họa lưới điều khiển Bézier của tấm vuông FGPM sử dụng 7×7 , 11×11 , 15×15 và 17×17 phần tử Bézier bậc 2. Tần số dao động không thứ nguyên được so sánh với lời giải giải tích bởi Barati và cộng sự (Barati và cs, 2016) sử dụng lý thuyết bốn biến cải tiến. Tỷ lệ phần trăm sai số tương đối so với lời giải giải tích (Barati và cs, 2016) cũng được đưa ra trong dấu ngoặc đơn. Bảng 2 cho thấy các kết quả thu được tương đồng tốt với giá trị tham khảo. Có thể thấy rằng các kết quả hiện tại hội tụ tốt khi tăng số lượng các phần tử. Độ chính xác của tần số không thứ nguyên gần như đạt được đối với tất cả các điện áp bên ngoài sử dụng các phần tử bậc hai ở các mức lưới 15×15 và 17×17 . Sự khác biệt giữa chúng là không đáng kể. Vì vậy, lưới của các phần tử Bézier bậc hai 15×15 được chọn cho tất cả các ví dụ số nhằm tiết kiệm chi phí tính toán.



Hình 3. Lưới điều khiển Bézier của một tấm vuông FGPM sử dụng phần tử Bézier bậc 2: (a) 7×7 ; (b) 11×11 ; (c) 15×15 và (d) 17×17

Bảng 2. So sánh sự hội tụ của tần số không thứ nguyên đầu tiên $\tilde{\omega}$ của tấm FGPM hoàn hảo không rỗng ($\alpha = 0$) với các hiệu điện thế và điều kiện biên khác nhau

V_0	Phương pháp	Lưới	(Chỉ số thể tích-Power index)		
			$g=0.2$	$g=1$	$g=5$
-500	Hiện tại	7×7	6.2275 (+0.349%)	6.0239 (+0.349%)	5.8747 (+0.346%)
		11×11	6.2136 (+0.129%)	6.0106 (+0.135%)	5.8618 (+0.125%)
		15×15	6.2099 (+0.070%)	6.0070 (+0.067%)	5.8584 (+0.067%)
		17×17	6.2098 (+0.070%)	6.0070 (+0.067%)	5.8582 (+0.067%)
	Giải tích (Barati và cs, 2016)		6.20555	6.00294	5.85444
0	Hiện tại	7×7	6.0529 (+0.375%)	5.8395 (+0.371%)	5.6822 (+0.370%)
		11×11	6.0386 (+0.138%)	5.8258 (+0.136%)	5.6689 (+0.136%)
		15×15	6.0348 (+0.075%)	5.8221 (+0.072%)	5.6653 (+0.072%)
		17×17	6.0347 (+0.075%)	5.8220 (+0.072%)	5.6652 (+0.072%)
	Giải tích (Barati và cs, 2016)		6.03027	5.81787	5.66120
500	Hiện tại	7×7	5.8730 (+0.397%)	5.6491 (+0.397%)	5.4829 (+0.398%)

	11×11	5.8583 (+0.146%)	5.6349 (+0.145%)	5.4691 (+0.146%)
	15×15	5.8544 (+0.079%)	5.6311 (+0.078%)	5.4654 (+0.078%)
	17×17	5.8544 (+0.079%)	5.6310 (+0.078%)	5.4653 (+0.078%)
Giải tích (Barati và cs, 2016)		5.84974	5.62671	5.46113

Bảng 3 đưa ra kết quả đạt được của tấm FGPM so với lời giải giải tích tham khảo. Chú ý rằng các thông số vật liệu cho Bảng 2 và bảng 3 được tham khảo từ tài liệu (Ramirez và cs, 2006) được cho trong Bảng 1. Có thể thấy rằng các kết quả hiện tại phù hợp tốt với các lời giải tham khảo (Barati và cs, 2016) cho cả hai loại FGPM-I và FGPM-II dưới nhiều loại điện áp và chỉ số thể tích vật liệu g .

Bảng 3. So sánh tần số không thứ nguyên đầu tiên $\tilde{\omega}$ của tấm FGPM rỗng ($\alpha = 0.2$) với các hiệu điện thế và chỉ số g khác nhau

V_0	Phương pháp	FGPM-I			FGPM-II		
		$g=0.2$	$g=1$	$g=5$	$g=0.2$	$g=1$	$g=5$
-500	Hiện tại	6.2526	5.9951	5.8089	6.3810	6.1584	5.9952
	Giải tích (Barati và cs, 2016)	6.2481	5.99103	5.80503	6.37713	6.15487	5.99172
0	Hiện tại	6.0797	5.8099	5.6136	6.2111	5.9782	5.8064
	Giải tích (Barati và cs, 2016)	6.0751	5.80571	5.60954	6.20715	5.97455	5.80282
500	Hiện tại	5.9018	5.6186	5.4112	6.0365	5.7924	5.6113
	Giải tích (Barati và cs, 2016)	5.8970	5.61429	5.40698	6.03238	5.78861	5.60756

Trong Bảng 4 biểu thị tần số không thứ nguyên đầu tiên $\tilde{\omega}$ của tấm FGPM không rỗng với một số điều kiện biên được đưa ra. Năm điều kiện biên bao gồm CCCC, SCSC, CFCF, CCFF và SCFS được nghiên cứu. Đặc tính vật liệu được cho ở (Vel và cs, 2004) được sử dụng. Các kết quả thu được được so sánh với các báo cáo của Zhu và cộng sự (2018) sử dụng phương pháp giải tích và lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất (FSDT). Có thể thấy rằng một sự trùng khớp tuyệt vời được tìm thấy cho các điều kiện biên, điện áp và giá trị chỉ số thể tích vật liệu khác nhau. Ngoài ra, các lời giải số cho các tấm FGPM vuông với các điều kiện biên khác nhau được đưa ra trong Bảng 5. Có thể thấy rằng tần số không thứ nguyên giảm khi giá trị chỉ số thể tích vật liệu tăng cho cả hai tấm FGPM hoàn hảo và không hoàn hảo với tất cả các loại điều kiện biên đưa ra. Điều này được giải thích là do sự mở rộng chỉ số thể tích vật liệu g dẫn đến việc giảm độ cứng của tấm do thành phần khối lượng của PTZ-4 giảm. Ngoài ra, với cùng giá trị hệ số độ rỗng, kết quả thu được cho tần số không thứ nguyên đầu tiên của loại FGPM-I thấp hơn so với loại FGPM-II. Điều này có nghĩa là sự phân phối độ rỗng có ảnh hưởng nhiều đến đáp ứng dao động tự do của các tấm FGPM. Một điểm quan trọng là dấu của hiệu điện thế áp vào cũng ảnh hưởng đáng kể đến ứng xử của tấm. Đặc biệt, giá trị âm của hiệu điện thế ban đầu cho kết quả tần số lớn hơn giá trị dương của hiệu điện thế. Rõ ràng, bởi vì điện áp âm và dương bên ngoài áp vào sẽ tạo ra lực kéo dọc trục và lực nén làm tăng và giảm độ cứng của tấm tương ứng. Lúc đó tần số dao động đối với hiệu điện thế âm sẽ lớn hơn hiệu điện thế dương áp vào. Ngoài ra, tần số không thứ nguyên đầu tiên cũng thay đổi đối với các điều kiện biên khác nhau liên quan đến độ cứng của tấm. Ví dụ, tấm FGPM được ngâm hoàn toàn có tần số cao nhất vì tấm có độ cứng là lớn nhất.

Bảng 4. So sánh tần số không thứ nguyên đầu tiên $\tilde{\omega}$ của tám FGPM đặc với các điều kiện biên (BCs) khác nhau ($\alpha=0$)

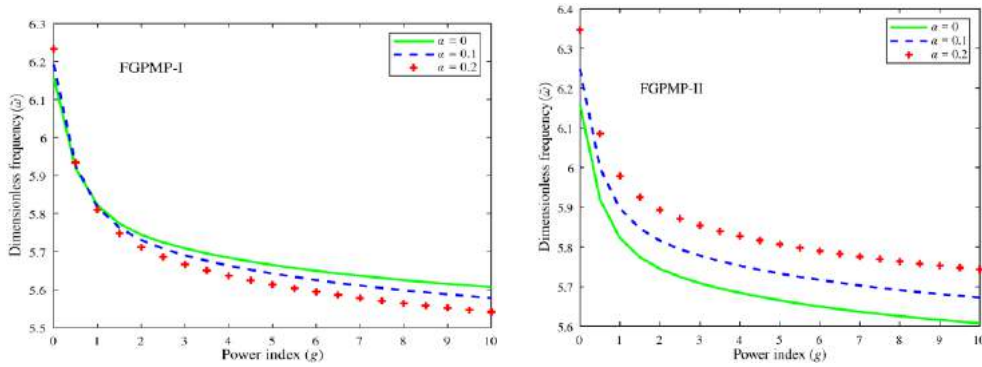
BCs	V_0	$g=0.1$		$g=1$		$g=2$		$g=6$	
		Tham khảo (Zhu và cs, 2018)	Hiện tại	Tham khảo Zhu và cs, 2018)	Hiện tại	Tham khảo Zhu và cs, 2018)	Hiện tại	Tham khảo Zhu và cs, 2018)	Hiện tại
CCCC	-200	9.483	9.5000	9.083	9.0993	8.988	8.9999	8.865	8.8736
	0	9.426	9.4438	9.011	9.0277	8.910	8.9220	8.780	8.7880
	200	9.369	9.3873	8.938	8.9554	8.831	8.8433	8.694	8.7015
SCSC	-200	7.670	7.6778	7.354	7.3590	7.280	7.2807	7.184	7.1811
	0	7.606	7.6142	7.272	7.2779	7.192	7.1925	7.088	7.0843
	200	7.540	7.5500	7.190	7.1959	7.102	7.1031	6.989	6.9861
CFCF	-200	5.721	5.7509	5.475	5.5075	5.417	5.4477	5.342	5.3718
	0	5.699	5.7000	5.410	5.4425	5.346	5.3769	5.264	5.2940
	200	5.617	5.6484	5.343	5.3764	5.273	5.3048	5.185	5.2146
CCFF	-200	1.796	1.7960	1.743	1.7435	1.733	1.7339	1.720	1.7212
	0	1.695	1.6960	1.616	1.6170	1.596	1.5968	1.571	1.5712
	200	1.586	1.5879	1.474	1.4765	1.441	1.4427	1.400	1.4004
SCFS	-200	4.311	4.3085	4.138	4.1357	4.099	4.0949	4.047	4.0430
	0	4.231	4.2290	4.036	4.0341	3.988	3.9844	3.926	3.9216
	200	4.149	4.1474	3.931	3.9291	3.873	3.8697	3.800	3.7952

Bảng 5. Tần số không thứ nguyên đầu tiên $\tilde{\omega}$ của tám rỗng FGPM ($\alpha=0.2$) với các điều kiện biên (BCs) khác nhau

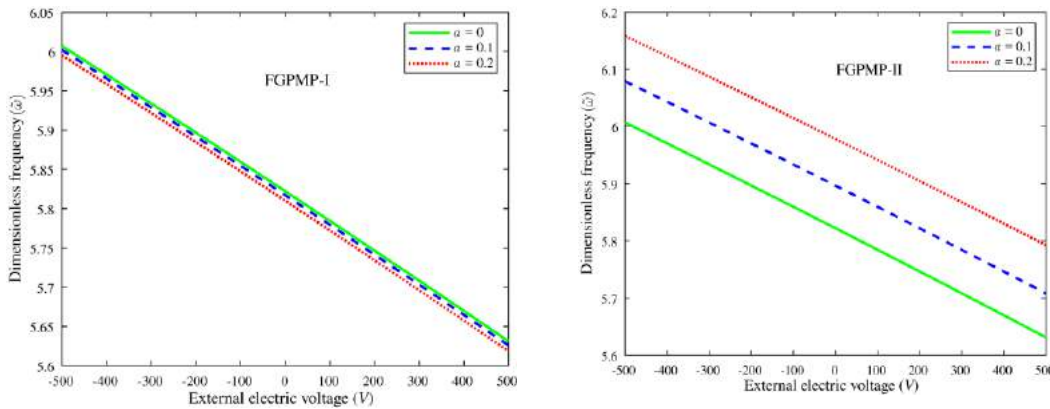
V_0	BCs	FGPMP-I				FGPMP-II			
		$g=0.1$	$g=1$	$g=2$	$g=6$	$g=0.1$	$g=1$	$g=2$	$g=6$
-200	CCCC	9.6109	9.0947	8.9702	8.8148	9.7806	9.3412	9.2331	9.0967
	SCSC	7.7663	7.3553	7.2573	7.1349	7.9034	7.5537	7.4685	7.3610
	CFCF	5.8161	5.5036	5.4286	5.3355	5.9191	5.6525	5.5875	5.5057
	CCFF	1.8100	1.7421	1.7302	1.7149	1.8419	1.7840	1.7736	1.7600
	SCFS	4.3538	4.1323	4.0811	4.0177	4.4311	4.2418	4.1974	4.1416
0	CCCC	9.5583	9.0230	8.8904	8.7254	9.7273	9.2714	9.1565	9.0118
	SCSC	7.7067	7.2741	7.1670	7.0338	7.8430	7.4746	7.3818	7.2650
	CFCF	5.7683	5.4385	5.3561	5.2542	5.8704	5.5891	5.5179	5.4285
	CCFF	1.7106	1.6153	1.5899	1.5585	1.7467	1.6605	1.6385	1.6110
	SCFS	4.2792	4.0304	3.9679	3.8908	4.3555	4.1427	4.0887	4.0211
200	CCCC	9.5053	8.9505	8.8099	8.6350	9.6736	9.2010	9.0791	8.9261
	SCSC	7.6466	7.1919	7.0756	6.9311	7.7822	7.3948	7.2940	7.1676
	CFCF	5.7201	5.3721	5.2822	5.1710	5.8219	5.5247	5.4470	5.3498
	CCFF	1.6150	1.4744	1.4318	1.3790	1.6445	1.5240	1.4875	1.4421
	SCFS	4.2028	3.9251	3.8503	3.7582	4.2782	4.0405	3.9761	3.8958

Hình 4 hiển thị đường cong tần số không thứ nguyên theo các giá trị chỉ số thể tích vật liệu với điều kiện biên SSSS, $a = b = 100h$ và $V_0 = 0$ cho cả hai loại FGPMP-I và FGPMP-II. Có thể thấy rằng ảnh hưởng của hệ số độ rỗng đến tần số tự nhiên của tám FGPMP là đáng kể. Rõ ràng, khi giá trị chỉ số thể tích vật liệu tăng, tần số không thứ nguyên đầu tiên giảm cho tất cả α . Thật thú vị, kết quả thu được giảm khi tăng hệ số độ rỗng cho loại FGPMP-I. Tuy nhiên, hiện tượng này được đảo ngược cho loại FGPMP-II. Do đó, có thể khẳng định rằng giá trị của hệ số độ rỗng và loại phân bố của nó có ảnh hưởng đáng kể đến dao động tự do của các tấm FGPMP.

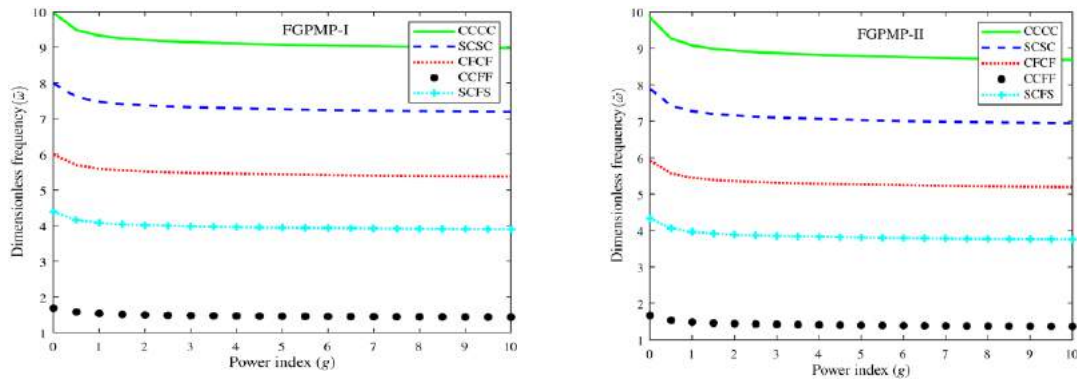
Ảnh hưởng của hiệu điện thế áp vào lên tần số không thứ nguyên đối với các hệ số độ rỗng khác nhau cũng được mô tả trong Hình 5. Tấm FGPM có $a = b = 100h$, $g = 1$ với điều kiện biên hoàn toàn tựa đơn. Theo quan sát, giá trị của tần số không thứ nguyên đầu tiên liên tục giảm khi điện áp thay đổi từ -500 Volt thành 0 Volt và sau đó +500 Volt cho hai loại phân bố độ rỗng. Một lần nữa, việc tăng hệ số độ rỗng dẫn đến giảm tần số không thứ nguyên cho trường hợp FGPM-I. Quan sát tương tự như trên cũng có thể được tìm thấy đối với trường hợp FGPM-II.



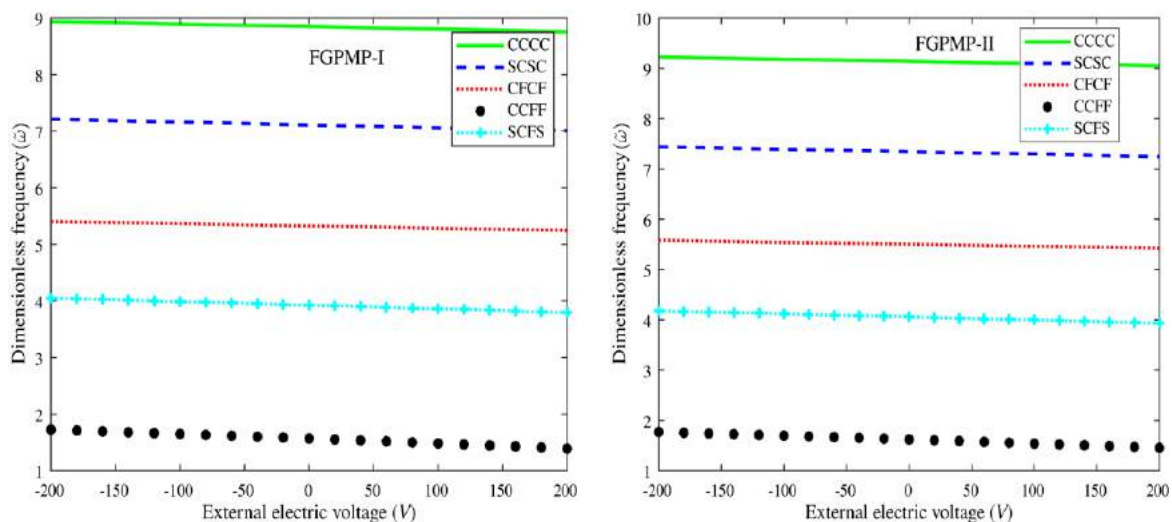
Hình 4. Đường cong của tần số dao động không thứ nguyên của tấm FGPM theo chỉ số thể tích vật liệu với các hệ số lỗ rỗng khác nhau ($a = b = 100h$, $V_0 = 0$)



Hình 5. Đường cong của tần số dao động không thứ nguyên của tấm FGPM theo hiệu điện thế với các hệ số lỗ rỗng khác nhau ($a = b = 100h$, $g = 1$)

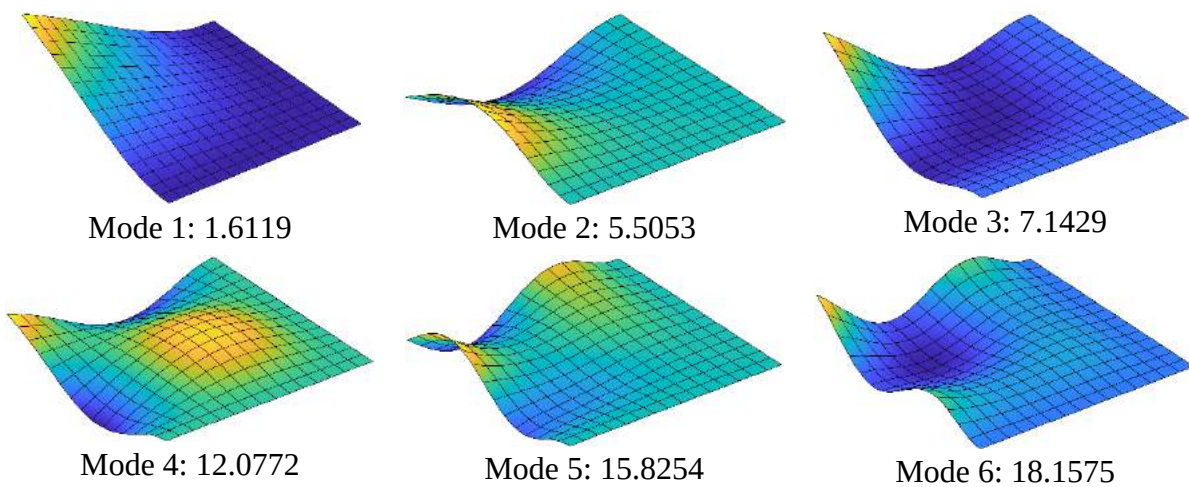


Hình 6. Đường cong của tần số dao động không thứ nguyên của tấm FGPM theo chỉ số thể tích vật liệu với các điều kiện biên khác nhau ($\alpha = 0.2$, $a = b = 100h$, $V_0 = 200$)



Hình 7. Đường cong của tần số dao động không thứ nguyên của tấm FGMP theo hiệu điện thế với các điều kiện biên khác nhau ($a = b = 100h$, $g=6$)

Sự thay đổi của tần số dao động không thứ nguyên của tấm FGMP theo chỉ số thể tích vật liệu và hiệu điện thế với các điều kiện biên khác nhau cũng được vẽ trong Hình 6 và Hình 7, tương ứng. Theo các hình này, tần số không thứ nguyên giảm khi giá trị chỉ số thể tích vật liệu và điện áp tăng cho tất cả các điều kiện biên. Ngoài ra, sáu hình dạng chế độ đầu tiên và kết quả bằng số tương ứng cho tấm rỗng CCFF loại FGMP-I được minh họa trong Hình 8.



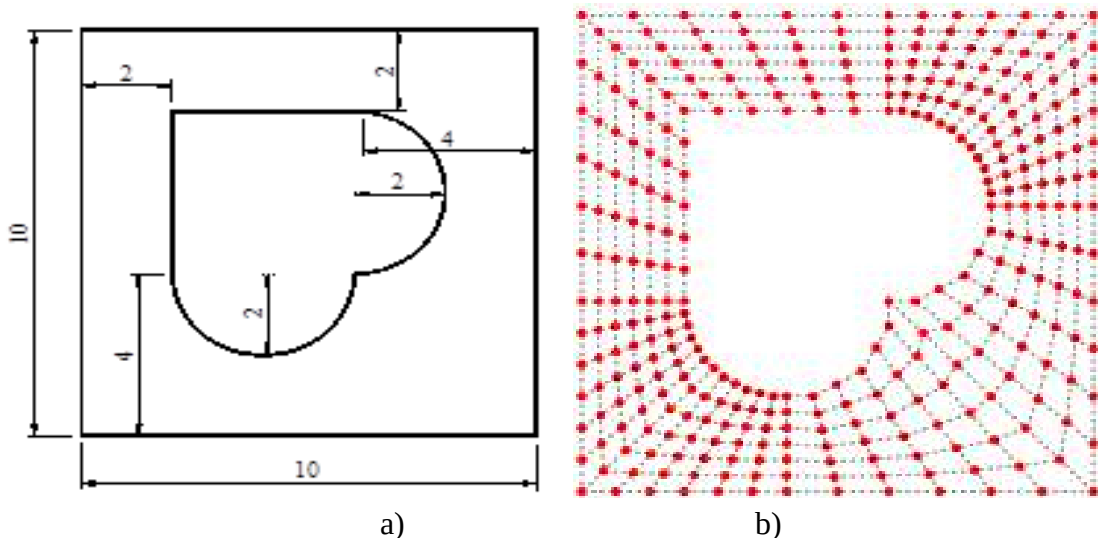
Hình 8. Sáu hình dạng mode của tấm vuông rỗng FGMP-I ($\alpha=0.2$) cho điều kiện biên CCFF ($a = b = 100h$, $g=2$)

3.2. Tấm vuông bị cắt hình trái tim

Xem xét một tấm vuông áp điện chức năng không có lỗ rỗng có phần bị cắt phức tạp (hình trái tim), như trong Hình 9a. Hình 9b minh họa một lưới gồm 336 điểm điều khiển với các phần tử Bézier bậc hai. Các điều kiện biên tựa đơn và ngàm hoàn toàn được sử dụng. Đầu tiên, để chứng minh tính hiệu quả và chính xác của giải pháp hiện tại so với các giải pháp khác, tác giả nghiên cứu tấm vuông FG có một lỗ có hình dạng phức tạp được làm từ zirconia (ZrO_2-2) và nhôm (Al). Các thông số vật liệu được đưa ra là:

$E_c = 200\text{GPa}$; $\nu_c = 0.3$; $\rho_c = 3000\text{kg/m}^3$ and $\rho_m = 2707\text{kg/m}^3$ trong đó "c" và "m" là ký hiệu của gốm và kim loại, tương ứng. Tần số không thứ nguyên được chuẩn hóa bởi $\tilde{\omega} = \omega \frac{a^2}{h} \sqrt{\rho_c / E_c}$. So sánh sáu tần số không thứ nguyên đầu tiên giữa lời giải hiện tại với các tần số được đưa ra trong dựa trên lý thuyết đàn hồi 3D sử dụng IGA được trình bày trong Bảng 6. Đồng thời, kết quả đạt được với các giá trị chỉ số thể tích (power index) khác nhau cũng được so sánh với các lời giải được báo cáo trong bằng phương pháp không có lưới dựa trên lý thuyết biến dạng cắt bậc 3 (TSDT). Có thể thấy rằng lời giải hiện tại có sự tương đồng tốt với kết quả tham khảo cho các giá trị chỉ số thể tích khác nhau cho cả hai điều kiện biên. Các giá trị tần số không thứ nguyên giảm khi tăng các giá trị chỉ số thể tích g .

Tiếp theo, phân tích ứng xử dao động tự do của tấm FGPM được đưa ra. Các tần số không thứ nguyên được tính bằng $\tilde{\omega} = \omega b^2 / h \sqrt{(\rho / c_{11})_{PZT-4}}$. Kết quả số cho tần số không thứ nguyên của tấm FGPM hoàn hảo và không hoàn hảo được liệt kê tương ứng trong Bảng 7 và Bảng 8. Ảnh hưởng của điện áp, điều kiện biên và giá trị chỉ số thể tích đến tần số không thứ nguyên được đưa ra. Các kết quả thu được giảm khi giá trị chỉ số thể tích và điện áp tăng cho cả hai điều kiện biên SSSS và CCCC. Sự thay đổi của tần số không thứ nguyên với các tỷ lệ a/h và hiệu điện thế khác nhau ($\alpha = 0.2$, $g = 5$) cũng được trình bày trong Bảng 9. Có thể thấy rằng tần số phụ thuộc mạnh vào chiều dày tấm và hiệu điện thế áp vào. Các giá trị thu được tăng cho các tấm FGPM dày và dày vừa phải cho tất cả các điều kiện biên và hiệu điện thế áp đã cho. Tuy nhiên, khi độ dày của tấm trở nên mỏng hơn ($a/h = 150, 200, 250$) thì ảnh hưởng của hiệu điện thế là rất đáng kể. Có thể nhận thấy rằng với sự gia tăng của một mảng có giá trị a/h , giá trị âm của điện áp áp vào làm tăng giá trị tần số tự nhiên, trong khi điện áp dương làm cho kết quả thu được giảm đi. Hơn nữa, vì $V_0 = 0$, tần số tự nhiên của các tấm FGPM không bị ảnh hưởng nhiều bởi các giá trị cao hơn của tỷ số a/h . Ngoài ra, sáu hình dạng mode đầu tiên và tần số không thứ nguyên tương ứng cho tấm vuông CCCC FGPM-I có hình cắt trái tim ($a/h = 50$, $V_0 = 0$, $g = 5$.) được chỉ ra trong Hình 10.



Hình 9. a) Hình học và b) Một lưới gồm 336 điểm điều khiển với các phần tử Bézier bậc hai của một tấm vuông có hình cắt trái tim

Bảng 6. So sánh tần số không thứ nguyên $\tilde{\omega} = \omega \frac{a^2}{h} \sqrt{\rho_c / E_c}$ một tấm vuông có hình cắt trái tim ($a = b = 10, a/b = 20$)

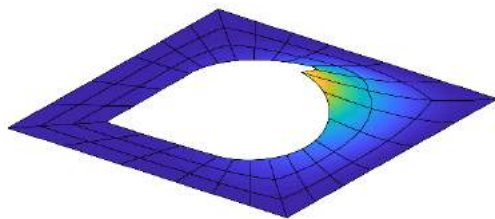
g	Phương pháp	Modes					
		1	2	3	4	5	6
a) SSSS BCs							
0	IGA-3D (Thai và cs, 2018)	7.16	11.65	13.09	20.99	21.85	22.54
	Không lưới (Lieu và cs, 2019)	7.1586	11.9392	13.3987	21.5109	22.4376	23.4263
	Hiện tại	7.1919	11.7590	13.2744	21.2602	21.8712	22.9182
1	IGA-3D (Thai và cs, 2018)	6.58	10.73	12.06	19.35	20.77	20.92
	Không lưới (Lieu và cs, 2019)	6.5853	11.0022	12.3439	19.8282	21.4529	21.6277
	Hiện tại	6.6167	10.8388	12.2331	19.6016	20.9152	21.1637
5	IGA-3D (Thai và cs, 2018)	6.71	10.88	12.24	19.60	19.73	21.00
	Không lưới (Lieu và cs, 2019)	6.7111	11.1480	12.5192	20.0718	20.2528	21.8177
	Hiện tại	6.7503	11.0220	12.4433	19.7416	19.9221	21.4607
20	IGA-3D (Thai và cs, 2018)	6.46	10.48	11.79	18.89	19.05	20.25
	Không lưới (Lieu và cs, 2019)	6.5590	10.9040	12.2431	19.5863	19.6350	21.3484
	Hiện tại	6.5932	10.7600	12.1486	19.0919	19.4476	20.9412
50	IGA-3D (Thai và cs, 2018)	6.19	10.07	11.32	18.15	18.81	19.48
	Không lưới (Lieu và cs, 2019)	6.3642	10.5978	11.8961	19.0892	19.4004	20.7723
	Hiện tại	6.3952	10.4463	11.7934	18.8836	18.9107	20.3444
100	IGA-3D (Thai và cs, 2018)	6.15	10.00	11.25	18.04	18.78	19.36
	Không lưới (Lieu và cs, 2019)	6.2664	10.4427	11.7206	18.8120	19.3328	20.4784
	Hiện tại	6.2964	10.2900	11.6165	18.6026	18.8448	20.0477
b) CCCC BCs							
0	IGA-3D (Thai và cs, 2018)	15.8	27.28	27.45	33.22	34.28	41.21
	Không lưới (Lieu và cs, 2019)	16.0324	27.2803	27.5366	33.8496	35.1963	43.1084
	Hiện tại	15.9791	27.4452	27.5505	33.5359	34.5845	41.9276
1	IGA-3D (Thai và cs, 2018)	14.62	25.17	25.32	30.68	31.67	38.10
	Không lưới (Lieu và cs, 2019)	14.7836	25.1888	25.4231	31.2910	32.5400	39.8986
	Hiện tại	14.7377	25.3346	25.4308	30.9969	31.9722	38.8082
5	IGA-3D (Thai và cs, 2018)	14.79	25.38	25.54	30.83	31.80	38.16
	Không lưới (Lieu và cs, 2019)	14.9499	25.3745	25.6213	31.4109	32.6465	39.8958
	Hiện tại	14.9715	25.6918	25.7906	31.3627	32.3396	39.1699
20	IGA-3D (Thai và cs, 2018)	14.41	24.74	24.90	30.07	31.02	37.23
	Không lưới (Lieu và cs, 2019)	14.6255	24.8309	25.0696	30.7487	31.9625	39.0741
	IGA-3D (Thai và cs, 2018)	14.6122	25.0712	25.1681	30.5945	31.5460	38.1960
50	IGA-3D (Thai và cs, 2018)	13.8	23.79	23.93	28.95	29.87	35.90
	Không lưới (Lieu và cs, 2019)	14.2233	24.1747	24.4041	29.9665	31.1547	38.1231
	Hiện tại	14.1904	24.3597	24.4535	29.7448	30.6726	37.1603
100	IGA-3D (Thai và cs, 2018)	13.64	23.45	23.60	28.56	29.47	35.43
	Không lưới (Lieu và cs, 2019)	14.0187	23.8394	24.0645	29.5646	30.7388	37.6306
	Hiện tại	13.9804	24.0057	24.0980	29.3229	30.2390	36.6471

Bảng 7. Tần số không thứ nguyên đầu tiên $\tilde{\omega} = \omega b^2 / h \sqrt{(\rho / c_{11})_{PZT-4}}$ của tấm FGP hoàn hảo vuông có hình cắt trái tim ($\alpha = 0$) với các hiệu điện thế khác nhau ($a = b = 10, a/b = 20$)

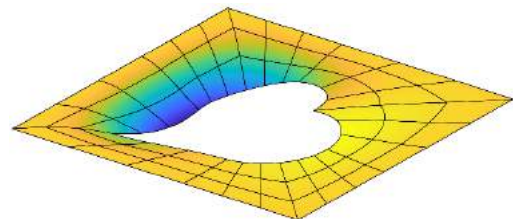
V_0	BC	Tấm FGPM hoàn hảo					
		$g=0$	$g=1$	$g=5$	$g=20$	$g=50$	$g=100$
-500	SSSS	5.8501	5.4275	5.2457	5.1149	5.0622	5.0409
	CCCC	15.0403	14.0986	13.6657	13.3776	13.2683	13.2248
0	SSSS	5.8497	5.4270	5.2453	5.1143	5.0617	5.0403
	CCCC	15.0400	14.0983	13.6655	13.3773	13.2680	13.2246
500	SSSS	5.8493	5.4265	5.2448	5.1138	5.0613	5.0399
	CCCC	15.0397	14.0980	13.6653	13.3770	13.2678	13.2244

Bảng 8. Tần số không thứ nguyên đầu tiên $\tilde{\omega}$ của tấm vuông FGMP rỗng có hình cắt trái tim ($\alpha = 0.2$) với các hiệu điện thế khác nhau ($a = b = 10, a/b = 20$)

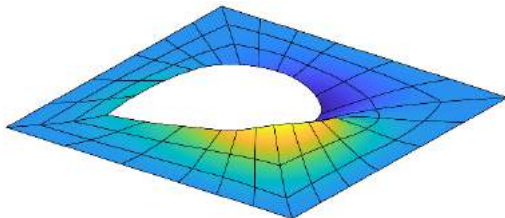
V_0	BC	FGMP-I			FGMP-II		
		$g=0$	$g=1$	$g=5$	$g=0$	$g=1$	$g=5$
-500	SSSS	5.9470	5.4161	5.1898	6.0248	5.5644	5.3669
	CCCC	15.2538	14.0702	13.5298	15.4377	14.4097	13.9347
0	SSSS	5.9466	5.4156	5.1893	6.0244	5.5639	5.3664
	CCCC	15.2536	14.0700	13.5296	15.4375	14.4095	13.9345
500	SSSS	5.9462	5.4152	5.1889	6.0240	5.5635	5.3660
	CCCC	15.2534	14.0698	13.5294	15.4373	14.4094	13.9343



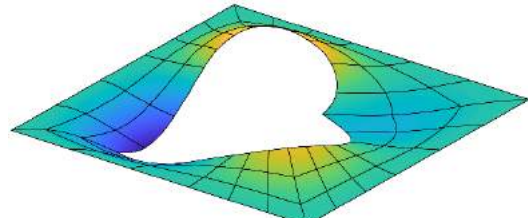
Mode 1: 14.2292



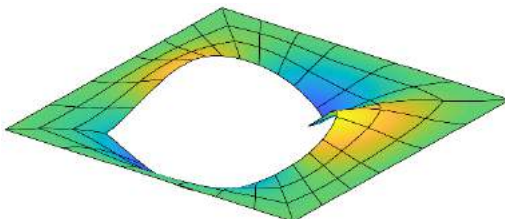
Mode 2: 25.1062



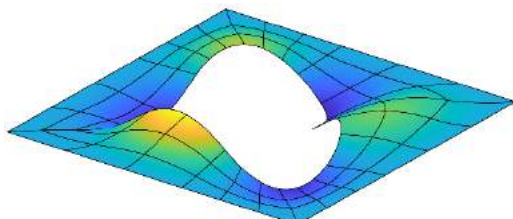
Mode 3: 25.7717



Mode 4: 30.6466



Mode 5: 30.9956



Mode 6: 39.0102

Hình 10. Sáu hình dạng mode của tấm vuông rỗng có hình cắt trái tim FGMP-I cho điều kiện biên hoàn toàn ngàm ($a/h=50, V_0=0, g=5, \alpha=0.2$)

Bảng 9. Tần số không thứ nguyên đầu tiên $\tilde{\omega}$ của tấm vuông FGPM rỗng có hình cắt trái tim với các tỉ số a/h khác nhau ($a=b=10, \alpha=0.2, g=5$)

BC	a/h	FGPM-I			FGPM-II		
		$V_0 = -500$	$V_0 = 0$	$V_0 = 500$	$V_0 = -500$	$V_0 = 0$	$V_0 = 500$
SSSS	20	5.1898	5.1893	5.1889	5.3669	5.3665	5.3660
	50	5.3195	5.3122	5.3048	5.5039	5.4968	5.4897
	100	5.4438	5.3855	5.3265	5.6299	5.5737	5.5168
	150	5.6222	5.4296	5.2281	5.8048	5.6187	5.4247
	200	5.9141	5.4722	4.9818	6.0889	5.6612	5.1901
	250	6.3431	5.4997	4.5101	6.5071	5.6983	4.7426
CCCC	20	13.5298	13.5296	13.5294	13.9347	13.934	13.9343
	50	14.2322	14.2292	14.2263	14.6945	14.691	14.6888
	100	14.8413	14.5181	14.7948	15.3211	15.298	15.2763
	150	15.4552	14.8778	14.5998	15.9344	15.359	14.9844
	200	16.1832	14.9018	14.0176	16.6566	15.481	14.3038
	250	17.0282	14.9380	13.5174	17.4951	15.516	13.8091

4. Kết luận

Một cách tiếp cận phân tử hữu hạn đẳng hình học dựa trên trích xuất Bézier sử dụng C^0 -HSDT để phân tích dao động tự do bài toán tương tác cơ điện của tấm rỗng áp điện thay đổi chức năng đã được trình bày trong công trình này. Bằng cách sử dụng trích xuất Bézier, việc thực hiện IGA trở nên dễ dàng với các hàm cơ sở Bernstein, có chức năng tương tự như các hàm dạng Lagrange khi sử dụng Bézier liên tục C^0 cho các phân tử. Thật thú vị, kết quả thu được rất phù hợp với các nghiên cứu tham khảo. Hơn nữa, lời giải số cho tấm FGPM vuông khoét hình trái tim đạt được trong khi các lời giải giải tích chưa được đưa ra. Trong suốt quá trình phân tích dao động tự do, có thể nhận thấy rằng hiệu điện thế bên ngoài, chỉ số thể tích vật liệu, hệ số độ rỗng, sự phân bố độ rỗng, kích thước hình học và các điều kiện biên khác nhau ảnh hưởng đáng kể đến tần số dao động tự nhiên của cấu trúc rất lớn. Sự kết hợp của IGA dựa trên trích xuất Bézier và lý thuyết C^0 -HSDT cho thấy đóng góp đáng kể trong bài báo này.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Ansari, M.A., P.T. Ashrafi, and S. Sahmani (2015). Vibration and buckling characteristics of functionally graded nanoplates subjected to thermal loading based on surface elasticity theory. *Acta Astronaut*, 109, pp.42-51.
2. Barati, M.R., H. Shahverdi, and A.M. Zenkour (2016). Electro-mechanical vibration of smart piezoelectric FG plates with porosities according to a refined four-variable theory. *Mech Adv Mater Struc*.doi:10.1080/15376494.2016.1196799.
3. Barati, M.R., M.H. Sadr, and A.M. Zenkour (2016). Buckling analysis of higher order graded smart piezoelectric plates with porosities resting on elastic foundation. *Int J Mech Sci*, 117, pp. 309-320.
4. Behjat, B., and M.R. Khoshnavan (2012). Geometrically nonlinear for static and free vibration analysis of functionally graded piezoelectric plates. *Compos Struct*, 94, pp. 874-882.
5. Ebrahimi, F., A. Jafari, and M.R. Barati (2017). Free vibration analysis of smart porous plates subjected to various physical fields considering neutral surface position. *Arab J Sci Eng*, 42, pp.1865-1881.

6. Jadhav, P.A., and K.M. Bajoria (2013). Free and forced vibration control of piezoelectric FGM plate subjected to electro-mechanical loading. *Smart Mater Struct*, 22(6):065021.doi:10.1088/0964-1726/22/6/065021.
7. Kiani, Y., M. Rezaei, S. Taheri, and M.R. Eslami (2011). Thermo-electrical buckling of piezoelectric functionally graded material Timoshenko beams. *Int J Mech Mater Des*, 7(3), pp. 185-197.
8. Li, Y.S., and E. Pan (2015). Static bending and free vibration of a functionally graded piezoelectric microplate based on the modified couple-stress theory. *Int J Eng Sci*, 97, pp. 40-59.
9. Lieu, B. N., H. T. Chien, A.M. Zenkour, and H. Nguyen-Xuan (2019). An isogeometric Bézier finite element method for vibration analysis of functionally graded piezoelectric material porous plates. *International Journal of Mechanical Sciences*, 157-158, pp. 165-183,
10. Lieu, B. N., V. N. Nam, H. T. Chien, A.M. J. Ferreira, and H. Nguyen-Xuan (2019). An isogeometric Bézier finite element analysis for piezoelectric FG porous plates reinforced by graphene platelets. *Composite Structure*, 214, pp. 227-245.
11. Nguyen, K.D., and H. Nguyen-Xuan (2015). An isogeometric finite element approach for three dimensional static and dynamic analysis of functionally graded material plate structures. *Compos Struct*, 132, pp. 423-439.
12. Phung-Van, P., L.V. Tran, A.J.M Ferreira, H. Nguyen-Xuan H, and M. Abdel-Wahab (2017). Nonlinear transient isogeometric analysis of smart piezoelectric functionally graded material plates based on generalized shear deformation theory under thermo-electro-mechanical loads. *Nonlinear Dyn*, 87, pp. 879-894.
13. Ramirez, F., P.R. Heyliger, and E. Pan (2006). Free vibration response of two-dimensional magneto electro-elastic laminated plates. *J Sound Vib*, 292(3), pp. 626-644.
14. Sharma, P., and S.K. Parashar (2016). Free vibration analysis of shear-induced flexural vibration of FGPM annular plate using Generalized Differential Quadrature method. *Compos Struct*; 155, pp. 213-222.
15. Thai, H.C., A.J.M. Ferreira, M. Abdel Wahab, and H. Nguyen-Xuan (2018). A moving Kriging meshfree method with naturally stabilized nodal integration for analysis of functionally graded material sandwich plates. *Acta Mech*, 7, pp. 2997-3023.
16. Vel, S.S., R.C. Mewer, and R.C. Batra (2004). Analytical solution for the cylindrical bending vibration of piezoelectric composite plates. *Int J Solids Struct*, 41, pp. 1625-1643.
17. Wang, Y.Q (2018). Electro-mechanical vibration analysis of functionally graded piezoelectric porous plates in the translation state. *Acta Astro*; 143, pp. 263-271.
18. Wang, Y.Q., and J.W. Zu (2017). Porosity-dependent nonlinear forced vibration analysis of functionally graded piezoelectric smart material plates. *Smart Mater Struct*, 26(10).doi:10.1088/1361-665X/aa8429.
- Hughes, T.J.R., J.A. Cottrell, and Y. Bazilevs (2005). Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement. *Comp Methods Appl Mech Eng*, 194, pp. 4135-4195.
19. Zenkour, A.M (2005). A comprehensive analysis of functionally graded sandwich plates: part 1 deflection and stresses. *Int J Solids Struct*, 42, pp. 5224-5242.
20. Zenkour, A.M (2005). A comprehensive analysis of functionally graded sandwich plates: part 2 buckling and free vibration. *Int J Solids Struct*, 42, pp. 5243-5258.
21. Zhang, W., J. Yang, and Y.X. Hao (2010). Chaotic vibrations of an orthotropic FGM rectangular plate based on third-order shear deformation theory. *Nonlinear Dyn*, 59, pp. 619-60.
- Wu, C.C.M., M. Kahn, and W. Moy (1996). Piezoelectric ceramics with functional gradients: a new application in material design. *J Am Ceram Soc*, 79, pp. 809-812.
22. Zhong, Z., and E.T. Shang (2003). Three-dimensional exact analysis of a simply supported functionally gradient piezoelectric plate. *Int J Solids Struct*, 40, pp. 533-552.
23. Zhu, S., G. Jin, and T. Ye (2018). Electro-mechanical vibration characteristics of functionally graded piezoelectric plates with general boundary conditions. *Int J Mech Sci*, 138-139, pp. 42-53.

SO SÁNH XỬ LÝ NỀN ĐẤT YẾU CÓ CHIỀU DÀY LỚN BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐÓNG CỪ TRÀM VÀ PHƯƠNG PHÁP ĐÓNG CỌC CDM

Đỗ Thị Ngọc Tam¹

1. Trường Đại học Thủ Dầu Một.

Tóm tắt

Hiện nay, để xây dựng các công trình nhà dân dụng thấp tầng trên nền đất yếu có chiều dày lớn thì phương pháp xử lý nền đất yếu phổ biến nhất là đóng cừ tràm với mật độ 25 cây/m². Tuy nhiên, phương pháp này có một nhược điểm là phụ thuộc vào chiều dài tối đa của cừ tràm trong việc xử lý làm tăng khả năng chịu tải trọng của đất nền. Vì vậy, nội dung bài báo đi theo hướng phân tích, đánh giá khả năng chịu tải trọng cực hạn của nền đất bùn có chiều dày lớn khi xử lý bằng phương pháp cọc CDM với chiều dài bằng chiều dài của cừ tràm, đồng thời so sánh với phương pháp đóng cừ tràm để thấy được hiệu quả của từng phương pháp. Đối với cơ sở lý thuyết tính toán, phương pháp phần tử hữu hạn với sự hỗ trợ của phần mềm Plaxis được sử dụng để nghiên cứu phân tích tính toán về sức chịu tải của nền.

1. Đặt vấn đề

Phương pháp xử lý nền đất yếu bằng cừ tràm đang được sử dụng phổ biến hiện nay phụ thuộc vào chiều dài cừ tràm, vì vậy khi muốn tăng khả năng chịu tải của đất nền thì chỉ còn cách tăng số lượng cừ tràm trên mét vuông, tuy nhiên, khi tăng số lượng cừ tràm trên 25 cây/m² thì khả năng chịu tải của đất nền tỷ lệ nghịch với số lượng cừ tràm. Xử lý nền đất yếu có chiều dày lớn bằng phương pháp cọc CDM có thể giải quyết được nhược điểm về chiều dài của cừ tràm... Bài báo này giúp cho sinh viên, kỹ sư trong quá trình thiết kế có cái nhìn tổng quan về hai phương pháp xử lý, có phương án lựa chọn trong việc xử lý nền đất yếu và có phương án thiết kế phù hợp với từng trường hợp thực tế.

2. Cơ sở lý thuyết

2.1. Phương pháp hiện trường xác định sức chịu tải

2.1.1. Xác định sức chịu tải theo thí nghiệm SPT

Theo TCVN 226-1999 (Bộ Xây dựng, 1999), tại mỗi độ sâu thí nghiệm, tính toán sức kháng xuyên SPT – N₃₀ là tổng số búa ở 30cm xuyên sau cùng của mũi xuyên, mối quan hệ giữa số búa (N₃₀) và sức chịu tải như sau:

Sức chịu tải cho phép của móng nông:

$$\sigma = aN_{30} / 10 \quad (1)$$

với $a=1$ đối với đất không bão hòa, $a=2/3$ đối với đất bão hòa.

Sức chịu tải cho phép của cọc:

$$Q = \frac{1}{3} [\alpha N_{\alpha} A_p + (0.2 N_c L_c + c L_s) D] \quad (2)$$

Trong đó:

Q – sức mang tải cho phép của cọc, tấn;

A_p – tiết diện cọc, m^2 ;

D – đường kính cọc, m;

L_c – chiều dài đoạn cọc nằm trong đất cát, m;

L_s – chiều dài đoạn cọc nằm trong đất sét, m;

N_{α} – giá trị N_{30} của đất dưới mũi cọc, búa/30cm;

N_c – giá trị N_{30} của đất cát bên thân cọc, búa/30cm;

C – lực dính của đất sét bên thân cọc, tấn/ m^2 .

α - hệ số phụ thuộc vào phương pháp thi công, $\alpha=30$ với cọc bê tông cốt thép đóng hoặc khoan dẫn có bơm vữa xi măng thành và đáy, $\alpha=15$ với cọc khoan nhồi.

2.1.2. Xác định sức chịu tải theo thí nghiệm bàn nén tĩnh

Thí nghiệm bàn nén tĩnh được xem là phương pháp có độ tin cậy cao nhất để xác định khả năng chịu tải của đất nền. Kết quả chính của thí nghiệm này là quan hệ giữa độ lún và các cấp áp lực. Thông qua quan hệ này người thiết kế có thể xác định được sức chịu tải cho phép của đất nền, từ đó kiểm tra và đánh giá độ an toàn, độ ổn định cho nền khi chịu tải công trình.

Thí nghiệm bàn nén hiện trường là tăng tải từng cấp lên bàn nén, đo chuyển vị đứng ổn định của bàn nén ứng với từng cấp tải trọng.

2.2. Phương pháp dựa trên mức độ phát triển của vùng biến dạng dẻo trong nền

Nội dung chứng minh của phương pháp dựa trên quy luật cân bằng dẻo Morh–Coulomb nhằm hạn chế vùng biến dạng dẻo trong phạm vi nền sao cho đất còn ứng xử như một vật liệu:

$$R^{tc} = m(Ab\gamma_2 + BD_f\gamma_1 + Dc) \quad (3)$$

Sức chịu tải tiêu chuẩn được trình bày trong TCVN 9362:2012 (Bộ Xây dựng (2012) đã được xét thêm điều kiện đồng thời giữa nền và công trình và được gọi là sức chịu tải tính toán theo trạng thái giới hạn thứ hai R_{II} của đất nền.

$$R_{II} = (Ab\gamma_{II} + BD_f\gamma'_{II} + Dc_{II}) \quad (4)$$

Trong đó: m_1 và m_2 lần lượt là hệ số điều kiện làm việc của nền đất và hệ số điều kiện làm việc của nhà hoặc công trình có tác dụng qua lại với nền;

k_{tc} là hệ số tin cậy;

A , B và D là các hệ số không thứ nguyên phụ thuộc vào giá trị tính toán của góc ma sát trong;

b là cạnh bé (bề rộng) của đáy móng, tính bằng mét (m);

h là chiều sâu đặt móng so với cốt quy định bị bật đi hoặc đắp thêm, tính bằng mét (m);

$\gamma_{II'}$ là trị trung bình (theo từng lớp) của trọng lượng thể tích đất nằm phía trên độ sâu đặt móng, tính bằng kilôniuton trên mét khối (kN/m^3);

γ_{II} có ý nghĩa như trên, nhưng của đất nằm phía dưới đáy móng, tính bằng kilôniuton trên mét khối (kN/m^3);

c_{II} là trị tính toán của lực dính đơn vị của đất nằm trực tiếp dưới đáy móng, tính bằng kilôpascal (kPa);

h_0 là chiều sâu đến nền tầng hầm tính bằng mét (m). Khi không có tầng hầm thì lấy $h_0 = 0$.

2.3. Phương pháp cân bằng giới hạn điểm trong phạm vi nền đất ngay sát dưới đáy móng

2.3.1. Lời giải của Prandtl

Prandtl quan sát trực tiếp hình dạng các mặt trượt đất nền bên dưới mô hình móng và giải hệ phương trình 12 với giả thuyết không xét trọng lượng đất nền $\gamma = 0$. Sức chịu tải đất nền được thiết lập như sau:

$$q_{ult} = \left(\gamma D_f + c \cdot \cot \varphi \right) \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} e^{\pi \cdot \tan \varphi} - c \cdot \cot \varphi \quad (5)$$

2.3.2. Lời giải của Sokolovski

Sokolovski đưa ra lời giải hệ phương trình 12 cho bài toán phẳng có xét đến trọng lượng của đất.

2.3.3. Lời giải của Bérézánév

Điểm tiến bộ của phương pháp này là xét đến sự tồn tại của nêmen đất dưới đáy móng.

3. Ứng dụng tính toán cho công trình Cư xá Ngân hàng quận 7

3.1. Giới thiệu công trình

Công trình cư xá ngân hàng nằm ở quận 7, Thành phố Hồ Chí Minh. Có hồ sơ địa chất như sau:

Lớp 1: Bùn sét, màu xám xanh, trạng thái chảy, dày 28m.

Lớp 2: Sét, màu xám xanh, trạng thái dẻo cứng, dày 12m

Lớp 3: Sét pha, màu vàng, trạng thái dẻo cứng, dày 8m

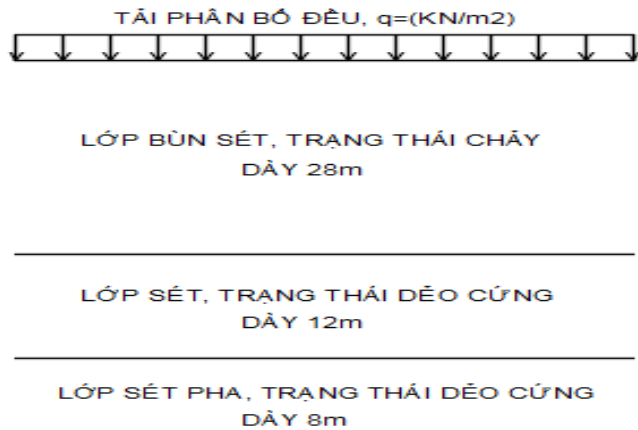
3.2. phương pháp tiến hành mô phỏng

Xét khả năng chịu tải trọng cực hạn của nền đất bùn tự nhiên khi gia cố cừ tràm với mật độ 25 cây/m², chiều dài $L=4\text{m}$.

Xét khả năng chịu tải trọng cực hạn của nền đất bùn tự nhiên khi gia cố bằng cọc CDM, đường kính cọc $D=0.2\text{m}$, khoảng cách giữa hai cọc $d=1.2\text{m}$, chiều dài cọc $L=4\text{m}$.

3.3. Mô phỏng bài toán bằng phương pháp phần tử hữu hạn (Plaxis V8.2)

3.3.1. Cấu tạo nền công trình tải tác dụng



Hình 1. Cấu tạo nền

3.3.2. Thông số đất nền

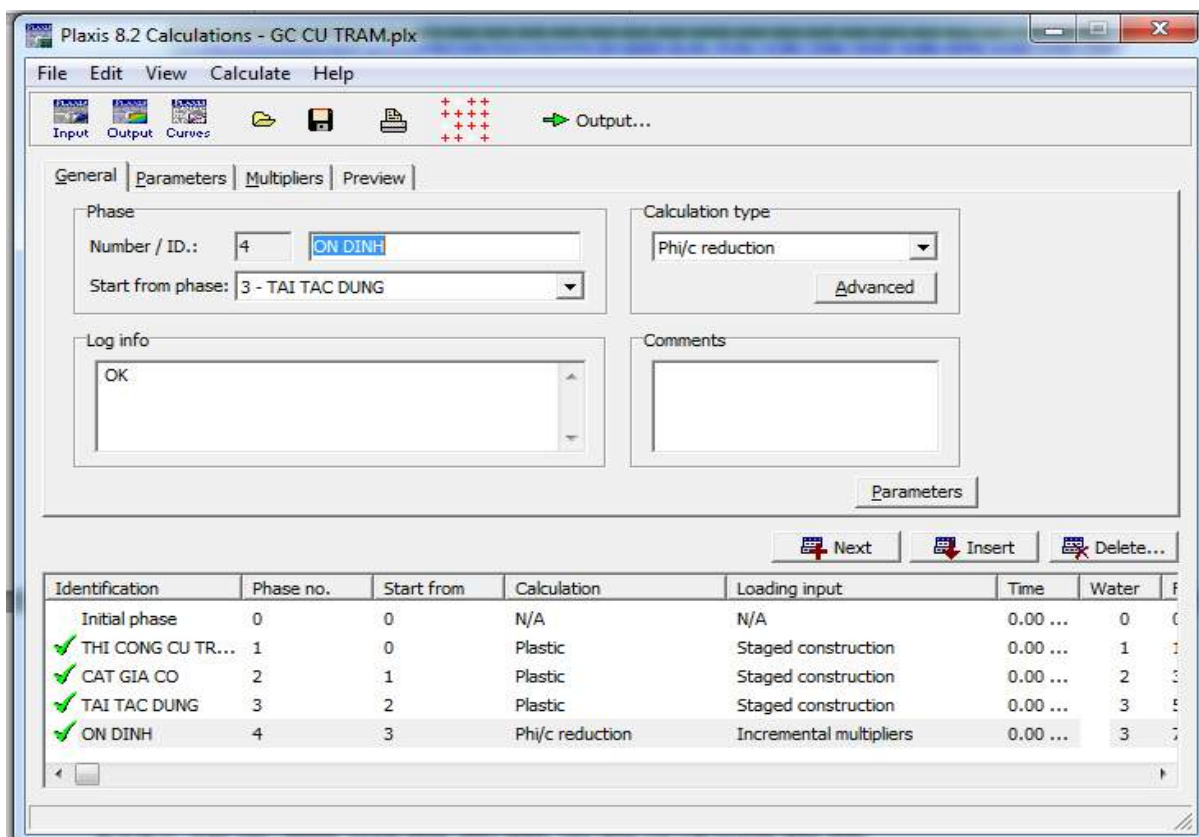
Bảng 1. Bảng thông số đất

Tên lớp đất	Đất bùn sét (trạng thái chảy)	Cát san lấp
Ứng xử	Undrained	Drained
$\gamma_{\text{unsat}}(\text{kN/m}^3)$	13.5	20.1
$\gamma_{\text{sat}}(\text{kN/m}^3)$	13.8	20.68
$k_x=k_y=k_z(\text{m/day})$	2.1×10^{-3}	6.7×10^{-3}
$c'(\text{kN/m}^2)$	3.6	12.6
$\phi'(\text{độ})$	2.31	28.2
$\Psi(\text{độ})$	0	0
Poisson ν	0.35	0.33
$E_{\text{ref}}(\text{kN/m}^2)$	2000	20000
R_{inter}	0.9	0.9

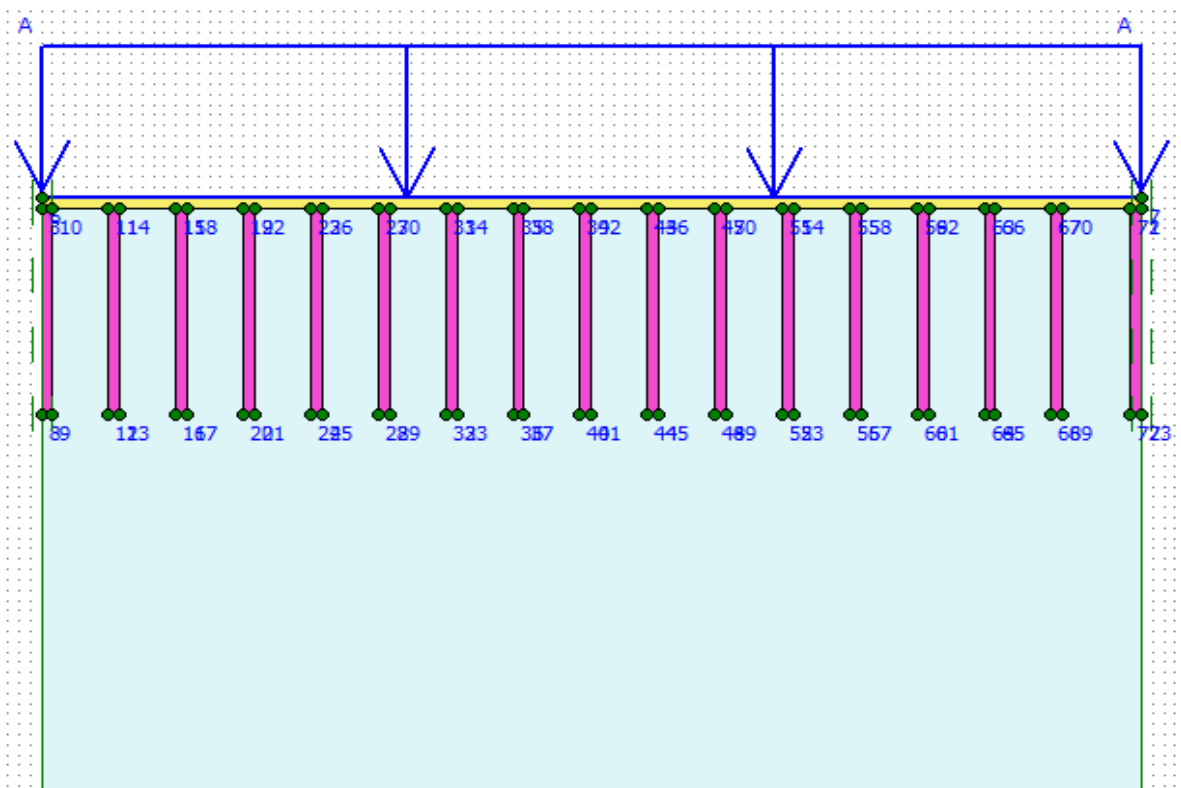
3.3.3. Thông số cừ tràm

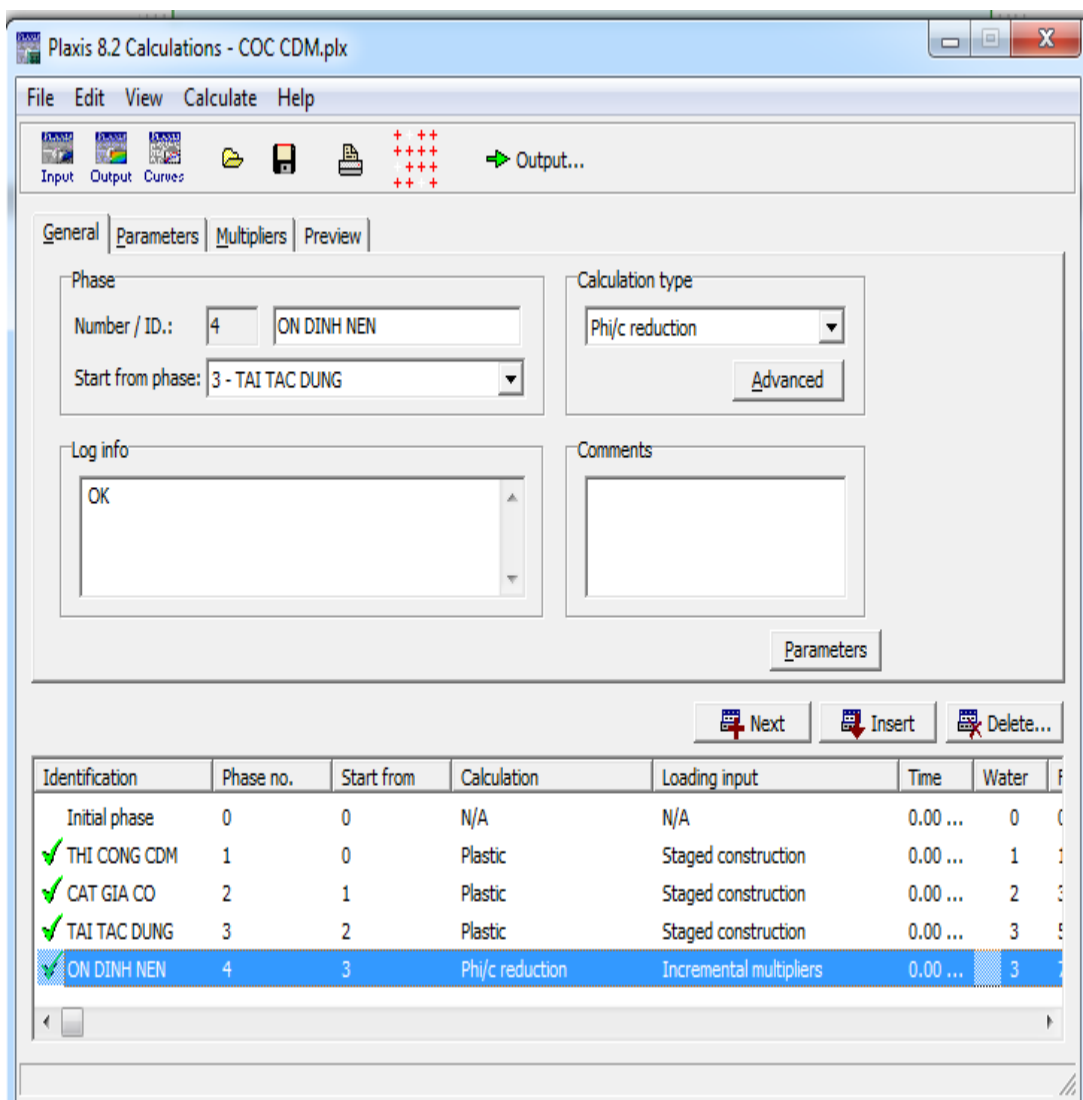
Bảng 2. Bảng thông số cừ tràm, dài 4m

Tên vật liệu	Cừ tràm
Chiều cao (m)	1
Đường kính trung bình (m)	0,09
Mô men quán tính (m^4)	6,08E-05
Diện tích mặt cắt ngang (m^2)	0.09
Modul đàn hồi (KN/m^2)	100000
EA	9000
EI	6.08E+00
D	0.09
$\gamma_{\text{gỗ}}(\text{KN/m}^3)$	18
$\gamma_{\text{đất bùn}}(\text{KN/m}^3)$	14.8
Trọng lượng kết cấu	0.288
Hệ số poisson	0.3



3.3.4.2. Nền đất bùn tự nhiên khi gia cố bằng cọc CDM, đường kính cọc $D=0.2m$, khoảng cách 2 cọc $d=1.2m$, chiều dài cọc $L=4m$





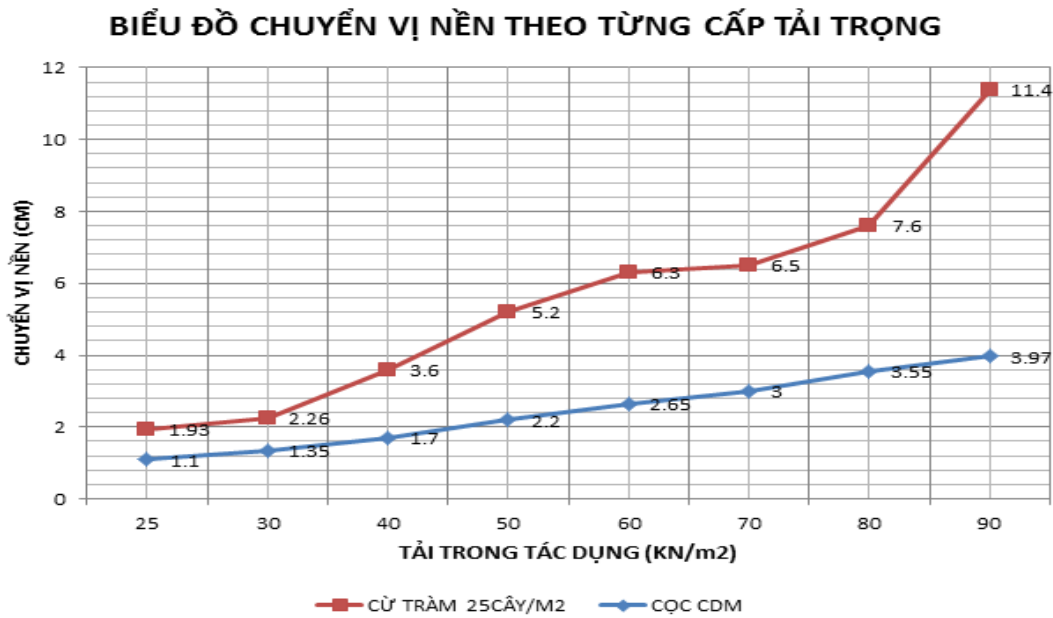
3.4. Kết quả mô phỏng tính toán

3.4.1. Bảng chuyển vị nền theo từng cấp tải trọng

Bảng 4. Bảng chuyển vị nền theo từng cấp tải trọng

CHUYỂN VỊ (cm)	TẢI TRỌNG TÁC DỤNG (KN/m ²)							
	25	30	40	50	60	70	80	90
GIA CỐ CỪ TRÀM 25 CÂY/m² (cm)	1.93	2.26	3.6	5.2	6.3	6.5	7.6	11.4
GIA CỐ CỌC CDM (cm)	1.1	1.35	1.7	2.2	2.65	3	3.55	3.97

3.4.2 Biểu đồ chuyển vị nền theo từng cấp tải trọng



4. Kết luận và kiến nghị

4.1. Kết luận

Từ kết quả mô phỏng, tính toán, nhận thấy rằng:

– Chuyển vị của nền đất bùn sét trạng thái chảy khi gia cố bằng cừ tràm với mật độ 25 cây/m² lớn hơn gia cố bằng cọc CDM (cọc xi măng đất, đường kính 0.2m, Khoảng cách giữa cọc là 1.2m, chiều dài cọc L=4m).

– Với chiều dài và đường kính cọc có thể thay đổi được để tăng khả năng chịu tải của nền, phương pháp xử lý nền bằng cọc CDM có thể giải quyết nhược điểm của phương pháp đóng cừ tràm trong xây dựng nhà thấp tầng hoặc đường giao thông trong vùng đất yếu có chiều dày lớn.

4.2. Kiến nghị

Cần phân tích, phát triển bài toán này trong trường hợp so sánh, có xét đến yếu tố kinh tế và yêu cầu kỹ thuật thi công của từng phương pháp để đưa ra nhận xét tổng quan hơn cho từng phương pháp.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Bộ Xây dựng (1999), TCVN 226:1999 về tiêu chuẩn thí nghiệm hiện trường – thí nghiệm xuyên tiêu chuẩn.
2. Bộ Xây dựng (2012), TCVN 9362:2012 về tiêu chuẩn thiết kế nền nhà và công trình.
3. Châu Ngọc Ân (2002), *Nền móng*, NXB Đại học Quốc gia TP HCM.
4. Châu Ngọc Ân (2012), *Cơ học đất*, NXB Đại học Quốc gia TP HCM.
5. PGS.TS Đỗ Văn Đệ (2011), *Phần mềm Plaxis ứng dụng vào tính toán các công trình thủy công*, NXB Xây Dựng.

SO SÁNH HIỆU QUẢ SỬ DỤNG CỦA DÀN THÉP THÔNG THƯỜNG THEO TCVN 5575-2012 VÀ DÀN THÉP DÙNG THANH THÀNH MỎNG THEO TIÊU CHUẨN AS/NZS 4600:1996 (ÚC) TRONG KẾT CẤU MÁI NHÀ NHỊP NHỎ

Trần Văn Phê¹

1. Trường Đại học Thủ Dầu Một.

Tóm tắt

Bài báo trình bày kết quả tính toán, phân tích, đánh giá và đưa ra kết quả so sánh một cách cụ thể về hiệu quả kinh tế, kỹ thuật của việc sử dụng dàn thép thông thường (thanh là thép góc cán nóng theo TCVN 5575-2012) với dàn thép dùng thanh thành mỏng theo tiêu chuẩn AS/NZS 4600:1996 (Úc) trong kết cấu mái nhà nhịp nhỏ bằng cả về số liệu tính toán lẫn kết quả thực tiễn thi công ngoài công trường xây dựng. Kết quả nghiên cứu đóng góp cơ sở khoa học để ứng dụng công nghệ mới của Úc với nhiều ưu việt về trọng lượng, khả năng sản xuất và hiệu quả kinh tế vào thực tế xây dựng ở nước ta.

1. Đặt vấn đề

Ngày nay, khoa học kỹ thuật đã phát triển vượt bậc trong mọi lĩnh vực của đời sống xã hội. Trong đó, ngành xây dựng cũng đạt được nhiều thành tựu to lớn trong cải tiến công nghệ sản xuất và công nghệ thi công cũng ngày càng hiện đại. Yêu cầu về thẩm mỹ, kinh tế, kỹ thuật ngày càng cao và sức ép cạnh tranh đòi hỏi ngành xây dựng không ngừng cải tiến cả về nguyên vật liệu lẫn công nghệ và kỹ thuật thi công xây dựng. Do những ưu điểm vượt trội về trọng lượng nhẹ, tính công nghệ và khả năng chịu lực cao, kết cấu thép thành mỏng tạo hình ngui đang trở thành một phương hướng phát triển mới trong công trình kết cấu thép ở Việt Nam. Tuy vậy, nước ta hiện vẫn chưa có tiêu chuẩn thiết kế riêng cho loại kết cấu này. Việc sử dụng tiêu chuẩn Việt Nam đối với thép cán nóng (TCVN 5575-2012) là hoàn toàn không phù hợp. Việc thay thế hệ kết cấu mái thép thông thường (cấu tạo bằng các thanh thép góc) bằng hệ kết cấu mái thép dùng thanh thành mỏng (cấu tạo bằng các thanh thành mỏng) có nhiều ưu thế hơn về giá thành nguyên vật liệu sản xuất và lắp dựng, thi công đơn giản, nhanh gọn, tiện lợi về nhiều mặt và có giá trị thẩm mỹ cao là một nhu cầu tất yếu.

2. Nội dung và kết quả nghiên cứu

2.1. Cơ sở lý thuyết thiết kế dàn thép dùng thanh thành mỏng theo tiêu chuẩn Úc

Thép được sử dụng để làm kết cấu tạo hình ngui là các loại thép đảm bảo tiêu chuẩn AS 1163, AS 1397, AS 1594 và AS/NZS3678. đương nhiên không chỉ có thép đạt tiêu chuẩn AS mới được dùng theo quy phạm AS 4600. Có thể dùng các loại thép khác nếu thỏa mãn

được các điều kiện sau đây về tính dẻo: tỷ số giới hạn bền trên giới hạn chảy phải không nhỏ hơn 1,08; độ dẫn tổng cộng không nhỏ hơn 10% đối với mẫu chuẩn 50mm hoặc 7% đối với mẫu chuẩn 200mm.

Nếu thép không thỏa mãn điều kiện trên thì cũng có thể áp dụng cho một số trường hợp nhưng giá trị f_y không lấy lớn hơn 75% giá trị thực của thép và không quá 45kN/cm².

Tải trọng và tổ hợp tải trọng:

Các giá trị tải trọng danh nghĩa, các tổ hợp tải trọng và các hệ số tải trọng tương ứng được cho trong tiêu chuẩn tải trọng của Úc AS 1170. Dưới đây trích dẫn một số quy định của tiêu chuẩn này.

Các tổ hợp tải trọng cơ bản của trạng thái giới hạn chịu lực:

$$1,25G + 1,5Q;$$

$$1,25G + W_u + \psi_c Q;$$

$$G + F_{eq} + \psi_c Q;$$

$$0,8G + 1,5Q;$$

$$0,8G + W_u \text{ (trường hợp gió bốc lên);}$$

$$0,8(G + \psi_c Q) + F_{eq};$$

Trong đó:

G = tĩnh tải;

Q = hoạt tải;

W_u = tải trọng gió của trạng thái giới hạn về chịu lực;

F_{eq} = tải trọng động đất;

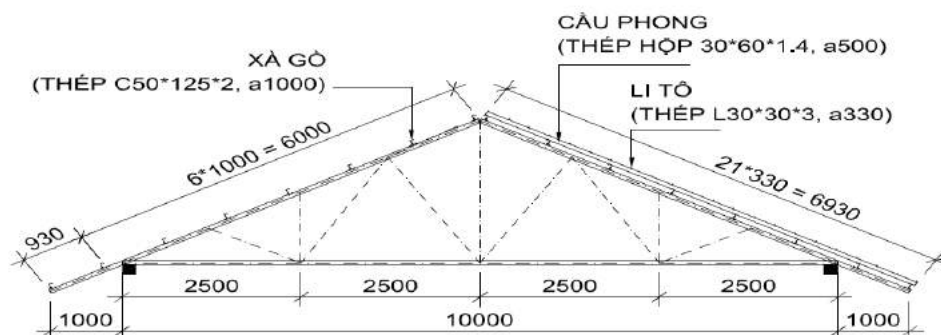
ψ_c = hệ số tổ hợp của hoạt tải;

Một số giá trị của ψ_c cho trong bảng sau:

Loại hoạt tải	ψ_c
Sàn nhà dân dụng, văn phòng	0,4
Nhà kho	0,6
Mái có người lên	0,4
Mái không có người lên	0,0

Khi tính theo trạng thái giới hạn về sử dụng, tải trọng gió W_s chỉ lấy bằng $0,4W_u$.

Bài toán cụ thể : Mô hình khảo sát



Hình 1. Sơ đồ vì kèo thường

2.2. Dàn thép dùng thanh thành mỏng

2.2.1. Tính toán tải trọng dàn thép dùng thanh thành mỏng

1. Tĩnh tải:

Trọng lượng bản thân hệ giàn: 10 kG/m^2

– Tải treo trần: 10 kg/m^2

– Tải ngói: 44 kG/m^2

– Hệ số an toàn: $n_g=1,2$

– $G_2 = g_m \cdot n_g \cdot B \cdot a / \cos 31^\circ = (64 \cdot 1,2 \cdot 2,1 \cdot 944) / \cos 31^\circ = 205 \text{ kG}$

– $G_1 = G_2 / 2 = 102,5 \text{ kG}$

2. Hoạt tải:

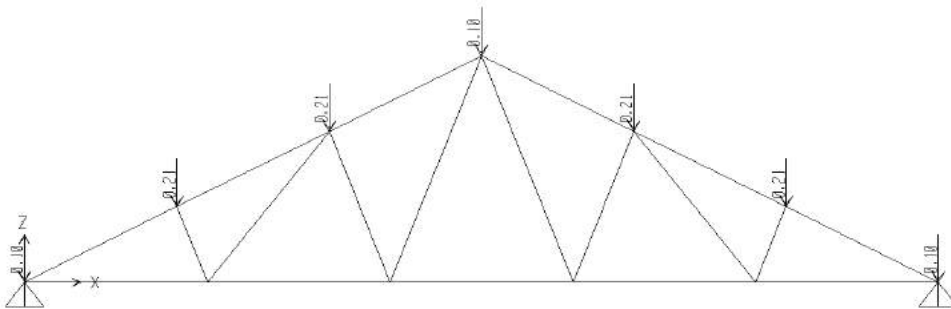
Hoạt tải = 30 kG/m^2

Hệ số an toàn: $n_p=1,2$

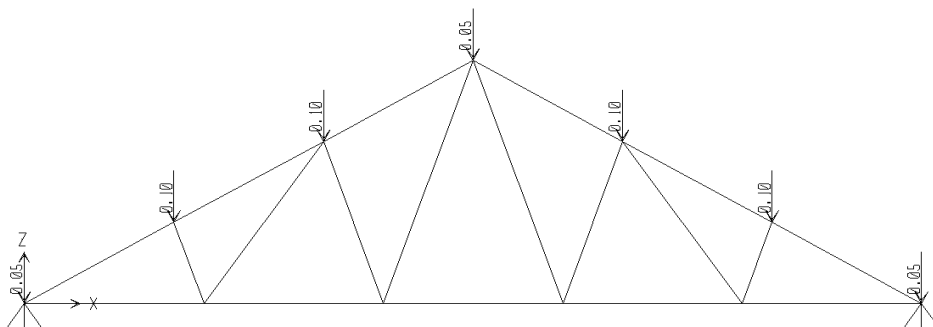
$P_2 = P^c \cdot n_p \cdot B \cdot a / \cos 31^\circ = (30 \cdot 1,2 \cdot 2,1 \cdot 944) / \cos 31^\circ = 98 \text{ kG}$

$P_1 = P_2 / 2 = 49 \text{ kG}$

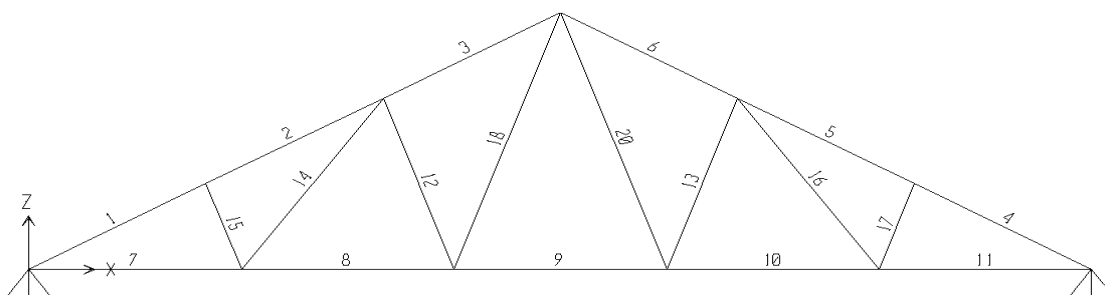
2.2.2. Sơ đồ tính dàn thép dùng thanh thành mỏng



Hình 2. Tĩnh tải toàn dàn thép dùng thanh thành mỏng

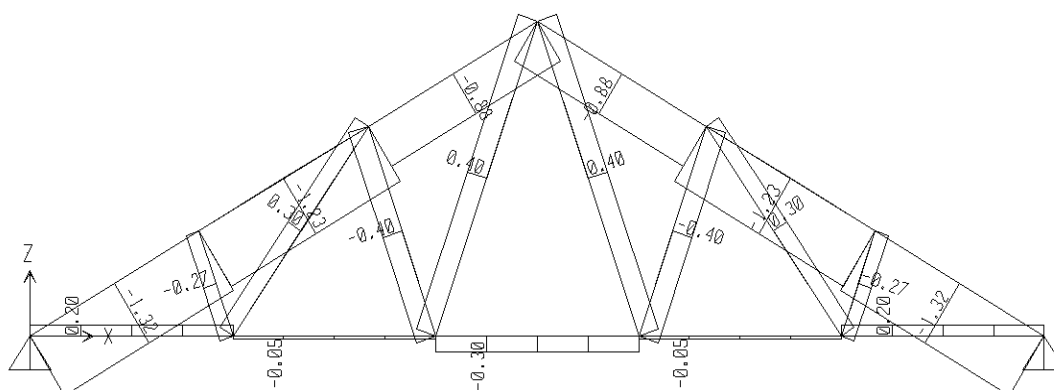


Hình 3. Hoạt tải toàn dàn thép dùng thanh thành mỏng



Hình 4. Sơ đồ phân tử dàn thép dùng thanh thành mỏng

2.2.3. Kết quả nội lực dàn thép dùng thanh thành mỏng



Hình 5. Kết quả nội lực của các thanh dàn thép dùng thanh thành mỏng

2.2.4. Chọn và kiểm tra tiết diện các thanh dàn thép dùng thanh thành mỏng

Thông số vật liệu cấp thép G550 theo AS4600:

$$E = 2,00 \times 10^4 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

$$G = 8000 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

$$f_y = 550 \text{ MPa}$$

2.2.5. Công thức tính của AS 4600

Tính toán cấu kiện nén về oằn xoắn hoặc oằn xoắn uốn vắn theo công thức chung như oằn uốn dọc, nhưng riêng f_{oc} thì được tính như sau:

1. Tiết diện đối xứng đơn và đối xứng kép chịu oằn xoắn hoặc oằn xoắn uốn thì f_{oc} sẽ lấy giá trị nhỏ hơn trong hai giá trị sau:

$$f_{oc} = \frac{\pi^2 E}{(l_{ey}/r_y)^2}$$

$$f_{oc} = \frac{1}{2\beta} \left[(f_{ox} + f_{oz}) - \sqrt{(f_{ox} + f_{oz})^2 - 4\beta f_{ox} f_{oz}} \right]$$

Trong đó

$$\beta = 1 - \left(\frac{x^0}{r^{01}} \right)^2$$

$$f_{ox} = \frac{\pi^2 E}{(l_{ex}/r_x)^2}$$

$$f_{oz} = \frac{1}{Ar_0^2} \left(\frac{\pi^2 EI_w}{l_{ez}^2} + GJ \right)$$

Cũng có thể dùng công thức sau đây thiên về an toàn để tính f_{oc} :

$$f_{oc} = f_{oz} f_{ox} / (f_{oz} + f_{ox})$$

Chú ý là với tiết diện đối xứng đơn, trục x là trục đối xứng.

2. Tiết diện đối xứng qua tim (tiết diện chữ Z) chịu oằn xoắn hoặc oằn xoắn uốn thì f_{oc} sẽ lấy giá trị nhỏ hơn trong hai giá trị sau:

$$f_{oc} = \frac{\pi^2 E}{(l_{ey}/r_y)^2}$$

$$f_{oz} = \frac{1}{Ar_0^2} \left(\frac{\pi^2 EI_w}{l_{ez}^2} + GJ \right)$$

3- Tiết diện không đối xứng chịu oằn xoắn hoặc oằn xoắn uốn thì f_{oc} sẽ lấy giá trị nhỏ nhất thỏa mãn phương trình bậc 3 sau:

$$f_{oc}^3 (r_0^2 - x_0^2 - y_0^2) + f_{oc}^2 [r_0^2 (f_{ox} + f_{oy} + f_{oz}) - (f_{oy} x_0^2 + f_{ox} y_0^2)] + f_{oc} r_0^2 (f_{ox} f_{oy} + f_{oy} f_{oz} + f_{ox} f_{oz}) - (f_{ox} f_{oy} f_{oz} r_0^2) = 0$$

Phương trình này chính là phương trình đặc trưng của điều kiện ổn định.

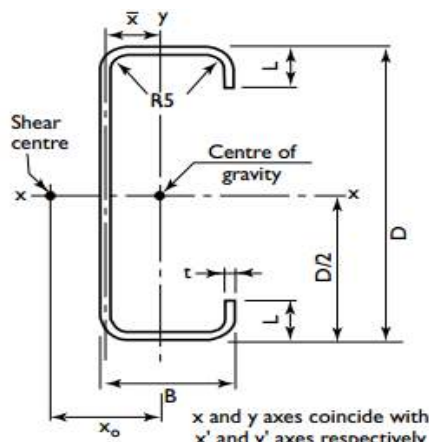
2.2.6. Thanh cánh trên (chịu nén) (1, 2, 3, 4, 5, 6), cánh dưới (7, 8, 9, 10, 11)

Lực dọc: $P=13,25$ kN

Chiều dài tính toán:

$$l_e = l_x = l_y = l_z = 1944 \text{ mm}$$

Chọn tiết diện C10010 có các thông số hình học như trong Bảng 1.



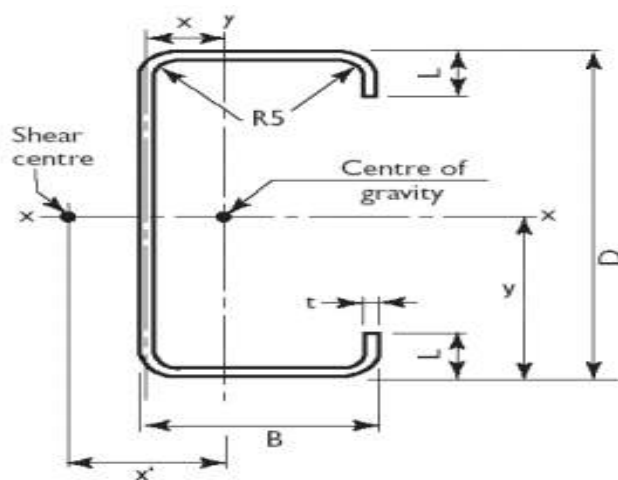
Hình 6. Tiết diện C10010

Bảng 1. Đặc trưng hình học tiết diện C10010

h	102	mm
b	51	mm
r	5	mm
t	1	mm
A	2.16E+02	mm ²
rx	41.1	mm
ry	18.7	mm
xo	39.9	mm
r01	60.25703	mm
J	7.19E+01	mm ⁴
Iw	1.60E+08	mm ⁶
d	1.25E+01	mm

2.2.7. Các thanh xiên: chịu nén (12, 13, 15, 17), kéo (14, 16, 18, 20)

Chọn tiết diện C7510 có các thông số hình học như trong Bảng 2.



Hình 7. Tiết diện C7510

Bảng 2. Đặc trưng hình học tiết diện C7510

h	75	mm
b	38	mm
r	5	mm
t	1	mm
A	1.62E+02	mm ²
rx	29	mm
ry	14.05	mm
xo	13.2	mm
ro		mm
r01	34.82302	mm
J	5.40E+01	mm ⁴
Iw	4.16E+07	mm ⁶
d	1.20E+01	mm

2.2.8. Tính toán thanh điển hình

Kiểm tra cho thanh (15, 17)

Lực dọc: $P=2,7\text{kN}$

Chiều dài tính toán:

$$l_e = l_x = l_y = l_z = 1054\text{mm}$$

Tiết diện đối xứng đơn

Ứng suất oằn do uốn dọc đối với trục y:

$$f_{oc} = \frac{\pi^2 E}{(l_{ey}/r_y)^2} = \frac{\pi^2 \times 2,1E5}{\left(\frac{1054}{14,05}\right)^2} = 351\text{MPa}$$

Ứng suất oằn do xoắn:

$$\beta = 1 - \left(\frac{x^0}{r_{01}}\right)^2 = 1 - \left(\frac{13,2}{34,8}\right)^2 = 0,85$$

$$f_{ox} = \frac{\pi^2 E}{(l_{ex}/r_x)^2} = \frac{\pi^2 \times 2,1E5}{\left(\frac{1054}{29}\right)^2} = 1049\text{MPa}$$

$$f_{oz} = \frac{1}{Ar_0^2} \left[\frac{\pi^2 El_w}{l_{ez}^2} + GJ \right] = \frac{1}{162 \times 34,8^2} \times \left[\frac{\pi^2 \times 2,1E5 \times 4,16E7}{1054^2} + 0,8E5 \times 54 \right] = 398\text{MPa}$$

$$f_{oc} = \frac{1}{2\beta} \left[(f_{ox} + f_{oz}) - \sqrt{(f_{ox} + f_{oz})^2 - 4\beta f_{ox} f_{oz}} \right]$$

$$= \frac{1}{2 \times 0,85} \left[(1490 + 398) - \sqrt{(1490 + 398)^2 - 4 \times 0,85 \times 1490 \times 398} \right] = 380\text{MPa}$$

Ta chọn giá trị nhỏ hơn:

$$f_{oc} = 351\text{MPa}$$

Tính ứng suất tới hạn f_n :

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{f_y}{f_{oc}}} = \sqrt{\frac{550}{351}} = 1,25 < 1,5$$

$$f_n = (0,658^{\lambda_c^2}) f_y = (0,658^{1,25^2}) \times 550 = 285,3\text{MPa}$$

Diện tích hữu hiệu:

Bề rộng hữu hiệu Bản bụng:

$$k = 4$$

$$b = 63\text{mm} \quad b/t = 63 < 500$$

$$\lambda = \frac{1,052}{\sqrt{k}} \left(\frac{b}{t} \right) \sqrt{\frac{f_n}{E}} = \frac{1,052}{\sqrt{4}} \left(\frac{63}{1} \right) \sqrt{\frac{285,3}{2,1E5}} = 1,25 > 0,673$$

$$\rho = \frac{1 - \frac{0,22}{\lambda}}{\lambda} = \frac{1 - \frac{0,22}{1,25}}{1,25} = 0,66$$

$$b_e = \rho b = 41,5 \text{ mm}$$

Bề rộng hữu hiệu Cánh:

$$b = 32 \text{ mm} \quad b/t = 32 < 60$$

$$S = 1,28 \sqrt{\frac{E}{f_n}} = 1,28 \times \sqrt{\frac{2,1E5}{285,3}} = 34$$

Độ cứng yêu cầu của sườn biên:

$$I_a = t^4 399 \left[\left(\frac{b}{t} \right) \frac{1}{S} - \sqrt{\frac{k_u}{4}} \right]^3 = 1^4 \times 399 \times \left(\frac{32}{34} - \sqrt{\frac{0,43}{4}} \right)^3 = 93,4$$

Moment quán tính của bản thân sườn:

$$I_s = \frac{d^3 t}{12} = \frac{6^3 \times 1}{12} = 18$$

$I_s < I_a \rightarrow$ sườn không đủ cứng.

$$C_2 = \frac{I_s}{I_a} = \frac{18}{94,3} = 0,2$$

$$\lambda = \frac{1,052}{\sqrt{k}} \left(\frac{b}{t} \right) \sqrt{\frac{f_n}{E}} = \frac{1,052}{\sqrt{1,1}} \left(\frac{32}{1} \right) \sqrt{\frac{285,3}{2,1E5}} = 1,21 > 0,673$$

$$\rho = \frac{1 - \frac{0,22}{\lambda}}{\lambda} = \frac{1 - \frac{0,22}{1,21}}{1,21} = 0,67$$

$$b_e = \rho b = 21,7 \text{ mm}$$

Tính bề rộng hữu hiệu của mép:

$$\lambda = \frac{1,052}{\sqrt{k}} \left(\frac{b}{t} \right) \sqrt{\frac{f_n}{E}} = \frac{1,052}{\sqrt{0,43}} \left(\frac{6}{1} \right) \sqrt{\frac{285,3}{2,1E5}} = 0,36 < 0,673$$

$$\rho = 1$$

$$d_{se} = d = 6 \text{ mm}$$

Do sườn không đủ cứng, bề rộng hữu hiệu của mép chỉ được dùng một phần là:

$$d_s = C_2 d_{se} = 0,2 \times 6 = 1,2 \text{ mm}$$

$$\text{Vậy } A_e = 162 - [(63 - 41,5) + 2 \times (32 - 16,6) + 2 \times (6 - 1,2)] \times 10 \text{ mm}^2$$

Lực nén thiết kế:

$$N^* \leq \phi_c A_e f_n = 0,85 \times 110 \times 285,3 = 26,7 \text{ kN}$$

$N^* > P$ vậy tiết diện đạt yêu cầu.

2.2.9. Tổng hợp các loại tiết diện trên thanh dàn thép dùng thanh thành mỏng

Bảng 3. Bảng tổng hợp tiết diện các thanh dàn thép dùng thanh thành mỏng

Phần tử thanh	Tiết diện	F (cm ²)	L(cm)	Ghi chú
1,2,3,4,5,6,7,8, 9,10,11	C10010	2,16	200	Cho mỗi thanh
12,13,14,15,16,17,18, 20	C7510	1,62	1740	Tổng

2.2.10. Tính toán liên kết vít

Thông số vật liệu cấp thép G550 theo AS4600:

$$E = 2,00 \times 10^4 \text{ kN / cm}^2$$

$$G = 8000 \text{ kN / cm}^2$$

$$f_y = 550 \text{ MPa}$$

$$f_u = 550 \text{ MPa}$$

Vít số 14 có đường kính $d_f = 6,3 \text{ mm}$. Dùng vòng đệm đường kính 12mm.

Bề dày các thanh liên kết $t = 1 \text{ mm}$

Khả năng danh nghĩa chịu nhỏ tuột:

$$N_{ou} = 0,85 t_2 d_f f_{u2} = 0,85 \times 1 \times 6,3 \times 550 = 2,9 \text{ kN}$$

Khả năng thiết kế chịu nhỏ tuột: $0,5 \times 2,9 = 1,4 \text{ kN}$

Khả năng danh nghĩa chịu nhỏ bật:

$$N_{ov} = 1,5 t_1 d_w f_{u1} = 1,5 \times 1 \times 12 \times 550 = 9,9 \text{ kN}$$

Khả năng thiết kế chịu nhỏ bật: $0,5 \times 9,9 = 4,95 \text{ kN}$

Giá trị quyết định là khả năng nhỏ tuột **1,4 kN**.

Giá trị lực nén lớn nhất trong các thanh là **1,3 kN < 1,4 kN**.

Để đảm bảo an toàn và đề phòng khả năng lắp đặt vít không tốt, tại mỗi vị trí lắp ghép, ta dùng 3 vít số 14.

2.3. Dàn thép thông thường dùng thép góc theo TCVN 5575-2012

2.3.1 Tải trọng dàn thép thường

Tĩnh tải:

Trọng lượng bản thân hệ giàn: 10 kG/m²

Tải treo trần: 10 kg/m²

Tải ngói: 44 kG/m^2 .

Hệ số an toàn: $n_g=1,2$

$$G_2 = g_m \cdot n_g \cdot B \cdot a / \cos 310 = (64.1,2.3,6.1,4) / \cos 310 = 452 \text{ kG}$$

$$G_1 = G_2 / 2 = 452 / 2 = 226 \text{ kG}$$

Hoạt tải:

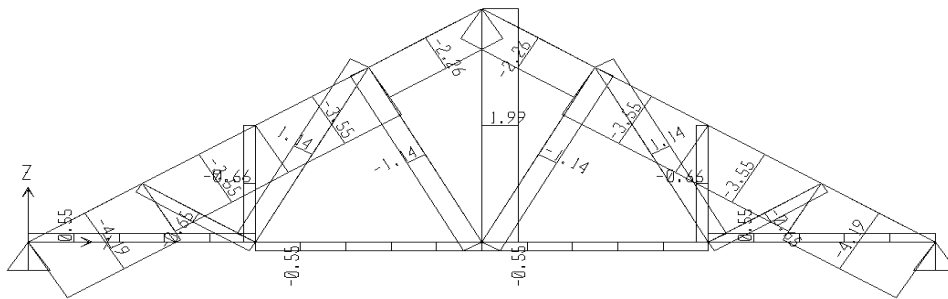
$$\text{Hoạt tải} = 30 \text{ kG/m}^2$$

Hệ số an toàn: $n_p=1,2$

$$P_2 = P_c \cdot n_p \cdot B \cdot a / \cos 310 = (30.1,2.3,6.1,4) / \cos 310 = 212 \text{ kG}$$

$$P_1 = P_2 / 2 = 98 / 2 = 106 \text{ kG}$$

2.3.2. Sơ đồ tính và nội lực dàn thép thường (tương tự thép mỏng)



Hình 8. Kết quả nội lực của các thanh dàn thép thường

2.3.3. Tính toán thanh điển hình - Thanh bụng xiên (phần tử thanh 14,15)

Chiều dài tính toán thanh bụng xiên:

$L_x = 0,8 \times 2,57 = 2,056 \text{ m}$ là khoảng cách giữa hai mắt dãn thuộc thanh cánh trên.

$L_y = 2,5 \text{ m}$ là khoảng cách giữa hai điểm giằng thanh cánh dưới.

Bán kính quán tính cần thiết của thanh bụng xiên:

$$r_{x,yc} = \frac{l_x}{\left[\frac{l}{I} \right]} = \frac{207}{150} = 1,38 \text{ cm}$$

$$r_{y,yc} = \frac{l_y}{\left[\frac{l}{I} \right]} = \frac{250}{150} = 1,67 \text{ cm}$$

Chọn thép 2L50x5 có:

$$r_x = 1,51 \text{ cm} > r_{x,yc} = 1,38 \text{ cm}$$

$$r_y = 2,43 \text{ cm} > r_{y,yc} = 1,67 \text{ cm}$$

$$\text{Diện tích tiết diện } F = 2F_g = 4,8 \times 2 = 9,6 \text{ cm}^2$$

Độ mảnh của thanh đã chọn là:

$$/_{\text{x}} = \frac{l_{\text{x}}}{r_{\text{x}}} = \frac{207}{1,51} = 137$$

$$/_{\text{y}} = \frac{l_{\text{y}}}{r_{\text{y}}} = \frac{250}{2,43} = 102,9$$

$$\Rightarrow /_{\text{max}} = /_{\text{x}} = 137 \Rightarrow \varphi_{\text{min}} = 0,376$$

Kiểm tra tiết diện theo điều kiện ổn định

$$S = \frac{N}{j_{\text{min}} \cdot F} = \frac{1140}{0,376 \cdot 9,6} = 315,8 \text{ kG/cm}^2 < \gamma \cdot R = 0,95 \cdot 2100 = 1995 \text{ kG/cm}^2$$

Kiểm tra điều kiện độ mảnh

$$l_{\text{max}} = l_{\text{x}} = 137 \leq [l] = 150$$

2.3.4. Tổng hợp các loại tiết diện trên thanh dàn thép dùng thanh thành mỏng

Bảng 4. Bảng tổng hợp tiết diện các thanh dàn thép thường

Phần tử thanh	Tiết diện	F(cm ²)	L(cm)	Ghi chú
1,2,3,4,5,6,7,8	2L60x5	11,64	146	Cho mỗi thanh
9,10,11,12	2L70x6	16,26	250	Cho mỗi thanh
13	2L60x5	11,64	300	Cho mỗi thanh
14,15,16,17,18,19,20,21	2L50x5	9,6	1618	Tổng

2.4. So sánh thép thông thường và thép mỏng

2.4.1. Dàn thép thông thường (thanh là thép góc cán nóng)

Bảng 5. Tổng hợp vật tư của hệ dàn thép thường

STT	LOẠI CẤU KIỆN	SỐ CẤU KIỆN	LOẠI THANH	CHIỀU DÀI THANH (m)	SỐ THANH	TỔNG CHIỀU DÀI THANH (m)	TRỌNG LƯỢNG ĐƠN VỊ (Kg/m)	TỔNG TRỌNG LƯỢNG CỦA THANH (Kg)	TỔNG TRỌNG LƯỢNG CỦA CẤU KIỆN (Kg)
1	Vì kèo	6	Thép L70*70*6	2.5	8	20	6.594	131.88	2,631.76
			Thép L60*60*5	1.46	16	23.36	4.71	110.0256	
			Thép L60*60*5	3	2	6	4.71	28.26	
			Thép L50*50*5	16.18	2	32.36	3.925	127.013	
			Bản mã thép tấm 6ly			22	1.884	41.448	
2	Xà gồ	16	Thép C50*125*2	20	1	20	4.1605	83.21	1,353.97
			Bản mã thép tấm 3ly		6		0.2355	1.413	

3	Cầu phong	82	Thép hộp 30*60*1.4	6.93	1	6.93	2.6376	18.278568	1498.84
4	Li tô	44	Thép L30*30*3	20	1	20	1.413	28.26	1,243.44
							TỔNG TRỌNG LƯỢNG THÉP (Kg)		6,728.01
5	Que hàn			Định mức	11.5	Kg/tấn thép			77.37
6	Sơn			Định mức	0.25	Kg/m ² bề mặt	505	m2	126.25

Bảng 6. Bảng chiết tính nhân công thi công lắp đặt hệ dàn thép thường
(Tính trên đơn vị m² diện tích mái)

STT	Khoản chi phí	Khối lượng	Đơn vị	Đơn giá (VNĐ/kg)	Thành tiền (VNĐ)
	Thép hình	6.728	Kg	15.500	104.284.000
	Que hàn	77	Kg	22.000	1.702.000
	Sơn	126	Kg	36.000	4.545.000
Tổng tiền vật tư của hệ dàn thép thường (VNĐ)					110.531.000

Bảng 7. Bảng chiết tính nhân công thi công lắp đặt hệ dàn thép thường
(Tính trên đơn vị m² diện tích mái)

Chiều dài (m)	Chiều rộng (m)	Diện tích	Đơn vị	Đơn giá (VNĐ/m ²)	Thành tiền (VNĐ)
20	13,86	277,2	m ²	100.000	27.720.000
Tổng thành tiền của hệ dàn thép thường (VNĐ)					138.251.344

2.4.2. Dàn thép dùng thanh thành mỏng

Bảng 8. Bảng tổ hợp thép của hệ dàn thép dùng thanh thành mỏng

STT	Loại cấu kiện	Số cấu kiện	Loại thanh	Chiều dài thanh (m)	Số thanh	Tổng chiều dài thanh (m)	Đơn vị	Đơn giá (VNĐ/m)	Thành tiền (VNĐ)
1	Vì Kèo	16	C10010	2	11	352	m	78.288	27.557.000
			C7510			278,4	m	59.202	16.482.000
			Vít tự khoan	3	11	528	con	250	132.000
2	Li tô	44	TS4048	20	1	880	m	28.280	24.886.000
			Vít tự khoan			1408	con	250	352.000
Tổng tiền vật tư của hệ dàn thép dùng thanh thành mỏng (VNĐ)									69.409.000

Bảng 9. Chiết tính nhân công thi công lắp đặt hệ dàn thép dùng thanh thành mỏng

Chiều dài (m)	Chiều rộng (m)	Diện tích	Đơn vị	Đơn giá (VNĐ/m ²)	Thành tiền (VNĐ)
20	13,86	277,2	m ²	50.000	13.860.000
(Tính trên đơn vị m ² diện tích mái)					
Tổng thành tiền của hệ dàn thép dùng thanh thành mỏng (VNĐ)					83.269.000

2.4.2. Đối chiếu so sánh hai hệ dàn**Bảng 10. Đối chiếu so sánh hai hệ dàn**

LOẠI DÀN	THÔNG SỐ SO SÁNH	KHỐI LƯỢNG	ĐƠN VỊ	TỶ LỆ% CHÊNH LỆCH
DÀN THÉP THƯỜNG	Vật tư	110.531.000	VNĐ	
	Nhân công	27.720.000	VNĐ	
	Thời gian thi công	21	Ngày	
DÀN THÉP NHẸ	Vật tư	69.409.000	VNĐ	37,2
	Nhân công	13.860.000	VNĐ	50
	Thời gian thi công	7	Ngày	66,67

Ghi chú :

Thời gian thi công và đơn giá thi công lắp đặt được khảo sát thực tế trên 50 công trình tương đương trong khoảng thời gian từ tháng 09 năm 2020 đến tháng 03 năm 2021.

So sánh về mặt hiệu quả áp dụng của hai phương án kết cấu hệ dàn mái trên:

Về chi phí vật liệu: Hệ dàn thép dùng thanh thành mỏng mặc dù có đơn giá thanh thép khá cao, song do số lượng thép giảm đáng kể nên chi phí vật liệu giảm đáng kể (giảm 37% chi phí vật liệu). Hệ dàn thép dùng thanh thành mỏng thực sự mang lại hiệu quả kinh tế cho loại hình kết cấu mái nhà nhịp nhỏ.

Về chi phí thi công và thời gian thi công: Do hệ dàn thép dùng thanh thành mỏng được gia công và lắp dựng đơn giản, dễ dàng, không cần máy móc phức tạp và số lượng công nhân cần thiết cũng khá ít (3 đến 5 công nhân), rút ngắn đáng kể thời gian thi công (rút ngắn được trên 60% thời gian) nên giảm đáng kể chi phí thi công (giảm đến 50% chi phí thi công), giúp cho công trình đẩy nhanh được tiến độ, từ đó còn đem lại nhiều lợi ích khác.

So sánh một số ưu và nhược điểm khác:

Về ảnh hưởng đến môi trường: Đối với khâu sản xuất, việc sản xuất thanh thép dùng thanh thành mỏng (thanh thành mỏng) áp dụng công nghệ sản xuất tiên tiến và thanh được tạo hình bằng phương pháp cán nguội nên giảm đáng kể việc ảnh hưởng đến môi trường so với giải pháp cán nóng của thép góc thông thường. Đối với khâu lắp đặt, hệ dàn thép dùng thanh thành mỏng không dùng máy móc phức tạp, không dùng phương pháp hàn nên cũng góp phần giảm thiểu ảnh hưởng tác động đến môi trường.

Về ảnh hưởng đến sức khỏe và an toàn lao động: Hệ dàn thép dùng thanh thành mỏng được lắp đặt từ các thanh thành mỏng siêu nhẹ và dùng phương pháp liên kết vít tự khoan nên việc thi công rất đơn giản, dễ dàng, không gây tổn thất nhiều cho sức khỏe và đồng thời có tính an toàn lao động cao.

Về khả năng áp dụng: Hệ dàn thép dùng thanh thành mỏng được thi công lắp đặt dễ dàng, gọn nhẹ nên tính linh động trong thi công rất cao, lắp đặt thuận tiện trong mọi điều kiện thi công (lắp đặt trên cao, vận chuyển vật tư vào công trình ở các địa hình phức tạp, mặt bằng thi công chật hẹp – đường xá khó khăn không dùng được cầu lắp,...).

3. Kết luận

Giữa hai giải pháp kết cấu thông dụng nhất nêu trên thì việc sử dụng dàn thép dùng thanh thành mỏng đem lại hiệu quả kinh tế cao hơn, đồng thời còn đem lại nhiều lợi ích ưu việt khác như đã phân tích trong phần so sánh phía trên.

Như vậy, tác giả đề xuất việc dùng giải pháp kết cấu mái dạng dàn thép dùng thanh thành mỏng thay thế cho dàn thép góc thông thường đối với các loại hình nhà nhịp nhỏ.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Australian New Zealand Standard, AS/NZS 4600-2005.
2. Huỳnh Minh Sơn (2010) “Nghiên cứu cấu kiện thép tiết diện chữ I, cánh rỗng (HFB) để ứng dụng vào thực tế xây dựng ở Việt Nam”, *Luận án tiến sĩ kỹ thuật*, Thư viện Quốc gia, Hà Nội.
3. Huỳnh Minh Sơn, Phạm Văn HỘ (2004) - Nghiên cứu áp dụng dầm thép cánh rỗng HFB theo công nghệ Úc – *Kỷ yếu Hội thảo khoa học Quốc gia “Kết cấu thép trong Xây dựng”*, Hà Nội 12/2004.
4. TCVN 5575:2012, *Kết cấu thép - Tiêu chuẩn thiết kế*, NXB Xây Dựng.

SỬ DỤNG CỌC VÍT CHO MÓNG CÔNG TRÌNH THẤP TẦNG

Nguyễn Kế Tường¹, Nguyễn Viết Hùng¹,
Nguyễn Minh Hùng¹, Phạm Thành Hiệp¹, Nguyễn Thị Hằng¹

1. Trường Đại học Thủ Dầu Một.

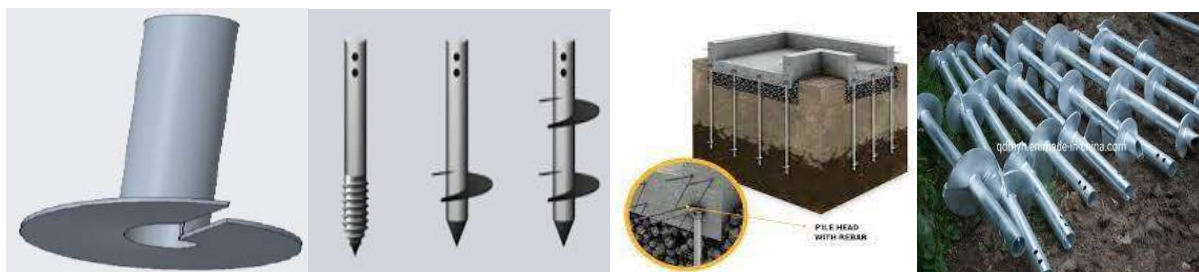
Tóm tắt

Đô thị hóa nông thôn là sự phát triển và ổn định dân cư cho các khu vực nông thôn đang phát triển. Lựa chọn giải pháp thiết kế và thi công móng cho công trình xây chen trong đô thị rất quan trọng, cần tránh ảnh hưởng đến công trình lân cận. Lựa chọn giải pháp thiết kế và thi công cho công trình xây dựng và phát triển đô thị nông thôn cũng rất quan trọng để tránh gây hư hỏng cho các công trình hiện hữu. Bài báo này giới thiệu loại cọc vít nhỏ phù hợp cho sự phát triển đô thị nông thôn, phù hợp với địa hình, địa chất và nhu cầu sử dụng.

1. Đặt vấn đề

Để xây dựng một công trình cần có những tài liệu cần thiết tối thiểu như địa hình, loại hình tải trọng tác động lên công trình, địa chất công trình, điều kiện kỹ thuật thi công. Trong những điều kiện kỹ thuật thi công thì việc thi công phần móng công trình là quan trọng nhất vì phần móng luôn ảnh hưởng đến công trình lân cận. Nhiều sự cố công trình xảy ra trong thời gian thi công phần móng. Lựa chọn giải pháp thiết kế và thi công móng cho công trình xây chen trong đô thị rất quan trọng, tránh những sự cố ảnh hưởng công trình lân cận. Lựa chọn giải pháp thiết kế và thi công cho công trình xây dựng và phát triển đô thị nông thôn cũng rất quan trọng, tránh hư hỏng, tháo dỡ các công trình hiện hữu để đem lại hiệu quả.

Nhóm tác giả trình bày về việc ứng dụng giải pháp cọc vít nhỏ cho nền móng các công trình phát triển đô thị xây chen, đô thị nông thôn ở Việt Nam để tránh những vấn đề bất lợi cho công trình lân cận trong quá trình xây dựng, có kinh phí phù hợp và độ bền công trình luôn ổn định. Hiện nay, trên thế giới rất nhiều nơi sử dụng cọc vít để xây dựng.



Hình 1. Mô hình các loại cọc vít

(Theo Pile foundation in weak ground - ATT screw pile the screwpile.vn)



Hình 2. Một số hình ảnh công trình thấp tầng sử dụng móng cọc vít trên thế giới
(Theo *Pile foundation in weak ground - ATT screw pile the screwpile.vn*)

Khi xây dựng công trình cần bảo đảm điều kiện ổn định và khả năng chịu lực theo các điều kiện an toàn trong TCVN 9362:2012 Tiêu chuẩn thiết kế nền nhà và công trình.

Khi xây chen trong đô thị hoặc nông thôn thường hoặc phải đào hố móng hoặc sử dụng móng cọc cho công trình.

Khi sử dụng giải pháp đào hố móng thì sẽ ảnh hưởng đến công trình lân cận và có xu hướng gây sụt lún, gây nứt, lật nghiêng.

Khi làm móng cọc thì sẽ có hiện tượng đất nền bị nén chặt, tạo áp lực lên công trình lân cận, có thể hư hỏng nền, lún, nghiêng công trình lân cận.

Cọc vít có ưu điểm khi thi công là vận xoắn vào trong nền đất, tránh đào hố móng, tránh được đất bị nén chặt sang công trình lân cận.

2. Thiết kế giải pháp móng

Để phân tích các giải pháp móng hiệu quả cho công trình xây chen hoặc đô thị nông thôn, nhóm tác giả trình bày tính toán giải pháp móng để so sánh trên cùng một nền đất có cấu tạo như sau:

Bảng 1. Cấu tạo địa chất nền khu vực nghiên cứu

Lớp đất	Chiều dày lớp đất	Loại đất	Trọng lượng riêng thể tích (kN/m ³)	Góc ma sát trong (độ)	Lực dính (kN/m ²)
1	2	Bùn sét	15	3	2
2	2	Cát pha mịn	18	12	10
3	5	Cát pha bụi	20	15	8

2.1. Giải pháp móng nông

Cường độ đất nền dưới đáy móng nông, với độ sâu đặt móng $D_f=2$ m; với kích thước móng là $1.5\text{m} \times 2$ m; như sau:

$$R_{dn} = \frac{m_1 \cdot m_2}{k_{tc}} [A \cdot b \cdot \gamma_1 + B \cdot D_f \cdot \gamma_2 + D \cdot c_{tc}] \quad (1)$$

2.2. Giải pháp móng cọc vít cánh xoắn

Khi sử dụng giải pháp móng cọc thì sẽ có xu hướng đất trôi sang lân cận do cọc chiếm chỗ, gây nghiêng, lún, nứt công trình lân cận, theo TCVN 10304: 2014 Móng cọc - Tiêu chuẩn thiết kế.

Để có thể khắc phục được những hậu quả của phương pháp nêu trên khi đào hố móng hoặc móng cọc, các tác giả tham khảo TCVN 11520:2016 Móng cọc đơn có cánh ở mũi -

Tiêu chuẩn thiết kế và TCVN 10304: 2014 Móng cọc - Tiêu chuẩn thiết kế, đề ra giải pháp cọc vít nhỏ, dùng để làm giải pháp móng cho các công trình xây chen trong đô thị và phát triển đô thị cho nông thôn.

Theo TCVN 10304:2014, sức chịu tải của cọc được tính theo công thức sau:

$$R_{c,u} = \gamma_c (\gamma_{cq} \cdot q_b \cdot A_b + u \sum \gamma_{cf} \cdot f_i \cdot l_i) \quad (2)$$

Theo TCVN 11520:2016, sức chịu tải của cọc vít được tính theo công thức sau:

$$R_r = \varphi_{pst} \cdot R_p + \varphi_{sst} \cdot R_s \quad (3)$$

Các giá trị trong (2) như sau:

$$R_p = q_p \cdot A_p \text{ là sức chịu tải của cọc tại mũi cọc;}$$

$$R_s = q_s \cdot A_s \text{ là sức chịu tải của cọc tại thân cọc;}$$

φ_{pst} là hệ số sức kháng của mũi cọc đối với đất nền;

φ_{sst} là hệ số sức kháng của thân cọc đối với đất nền;

q_p là cường độ của đất nền tại mũi cọc, có thể tính theo bảng số 2-TCVN 10304:2014 theo chỉ tiêu cơ lý của đất nền;

q_s là cường độ của đất nền dọc theo thân cọc, có thể tính theo bảng số 3-TCVN 10304:2014 theo chỉ tiêu cơ lý của đất nền;

A_p là diện tích mặt bằng cánh xoắn, $A_p = 0.25 \cdot \pi \cdot (D_w)^2$;

A_s là diện tích bề mặt thân cọc vít, $A_s = \pi \cdot D_c \cdot L_c$.

3. Phân tích nội dung

3.1. Tính móng nông

Độ sâu đặt móng: $D_f = 2 \text{ m}$.

Kích thước móng $(1.5 \times 2) \text{ m}$.

Đất nền có các chỉ tiêu cơ lý: $\gamma_1 = 18 \text{ kN/m}^3$; $\gamma_2 = 15 \text{ kN/m}^3$; $\varphi = 12^\circ$; $c = 10 \text{ kN/m}^2$.

Cường độ đất nền dưới đáy móng là $R_{dn} = 65.90 \text{ kN/m}^2$.

3.2. Tính móng cọc vít xoắn

Bảng 2. Giá trị của q_p

(có thể tính theo bảng số 2-TCVN 10304:2014 theo chỉ tiêu cơ lý của đất nền)

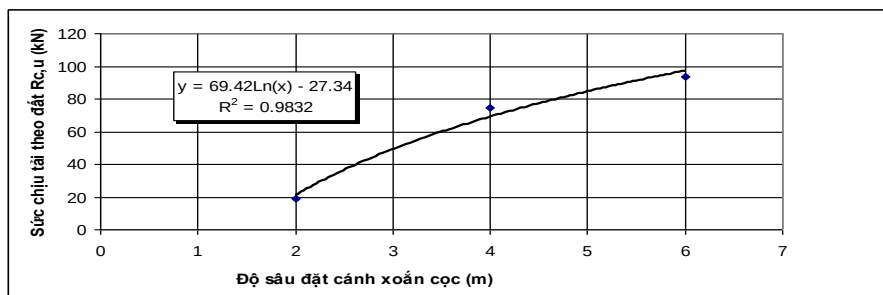
Cường độ sức kháng của đất dưới mũi cọc theo phương pháp đóng hay ép cọc, q_i - (kPa)						
Cát chặt vừa						
Có sỏi cuội	Hạt to	Hạt vừa	Hạt nhỏ	Cát bụi		
Đất dính ứng với độ sệt IL						
0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
7500	6600/4000	3000	3100/2000	2000/1200	1100	600
8300	6800/5100	3800	3200/2500	2100/1600	1250	700
8800	7000/6200	4000	3400/2800	2200/2000	1300	800
9700	7300/6900	4300	3700/3300	2400/2200	1400	850
10500	7700/7300	5000	4000/3500	2600/2400	1500	900
11700	8200/7500	5600	4400/4000	2900	1650	1000
12600	8500	6200	4800/4500	3200	1800	1100
13400	9000	6800	5200	3500	1950	1200
14200	9500	7400	5600	3800	2100	1300
15000	10000	8000	6000	4100	2250	1400

Bảng 3. Giá trị của q_s
(có thể tính theo bảng số 3-TCVN 10304:2014 theo chỉ tiêu cơ lý của đất nền)

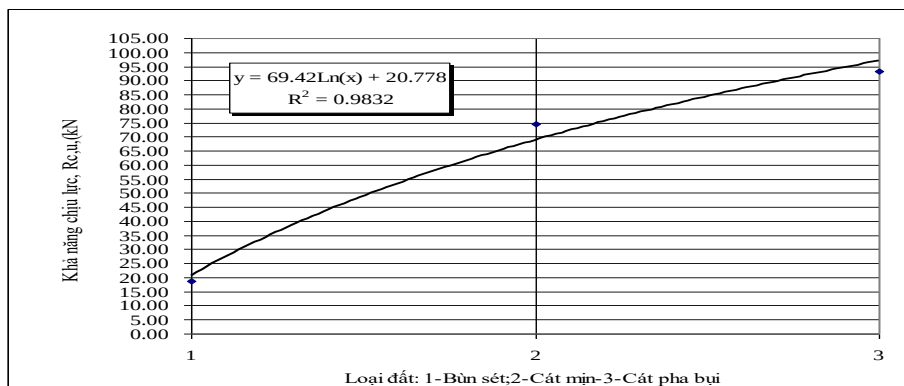
Chiều sâu mũi cọc (m)	Cường độ sức kháng của đất trên thân cọc theo phương pháp đóng hay ép cọc, f_i - (kPa)								
	Cát chặt vừa								
	Hạt to và vừa	Hạt nhỏ	Cát bụi	-	-	-	-	-	-
	Đất dính ứng với độ sệt IL								
	≤ 0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
1	35	23	15	12	8	4	4	3	2
2	42	30	21	17	12	7	5	4	4
3	48	35	25	20	14	8	7	6	5
4	53	38	27	22	16	9	8	7	5
5	56	40	29	24	17	10	8	7	6
6	58	42	31	25	18	10	8	7	6
8	62	44	33	26	19	10	8	7	6
10	65	46	34	27	19	10	8	7	6
15	72	51	38	28	20	11	8	7	6
20	79	56	41	30	20	12	8	7	6
25	86	61	44	32	20	12	8	7	6
30	93	66	47	34	21	12	9	8	6
≥ 35	100	70	50	36	22	13	9	8	

Bảng 4. Bảng tính sức chịu tải cọc vít

Lớp đất	Chiều dày lớp đất	Loại đất	Đường kính cọc, D_c (m)	Chiều dày thân cọc, (m)	Đường kính cánh, D_w (m)	Diện tích tiết diện ngang cọc S_c (m ²)	Diện tích mặt bằng cánh, S_w (m ²)	Chiều dài cọc, L_c (m)	Chu vi thân cọc qua từng lớp đất, (m ²)	Chu vi cọc (m ²)
1	2	Bùn sét	0.1	0.004	1.0	0.00785	0.77715	2	0.0157	0.0157
2	2	Cát mịn	0.1	0.004	1.0	0.00785	0.77715	4	0.0314	0.0471
3	2	Cát pha bụi	0.1	0.004	1.0	0.00785	0.77715	6	0.0471	0.0942
Lớp đất	Cường độ đất nền mũi cọc, q_p (kN/m ²)	Hệ số ảnh hưởng mũi cọc, φ_{pst}	Khả năng chịu lực đất nền mũi cọc, R_p (kN)	Cường độ đất nền dọc thân cọc, q_s (kN/m ²)	Hệ số ảnh hưởng thân cọc, φ_{sst}	Khả năng chịu lực đất nền dọc thân cọc, R_s (kN)	Khả năng chịu lực thân cọc, kN	Cường độ của đất theo đất nền, R_n (kN)	Hệ số ảnh hưởng, φ	Khả năng chịu lực tính toán của cọc theo đất nền, R_r (kN)
1	100	0.4	31.086	1	0.3	0.00471	0.00471	31.09	0.6	18.65
2	400	0.4	124.344	4	0.35	0.06594	0.07065	124.41	0.6	74.65
3	500	0.4	155.43	5	0.4	0.1884	0.25905	155.69	0.6	93.41



Hình 3. Quan hệ giữa độ sâu và sức chịu tải



Hình 4. Quan hệ giữa loại đất theo độ sâu và sức chịu tải

Khả năng chịu lực của đất nền cho cọc vít xoắn **$R_r = 74.65$ kN/cọc.**

4. Đánh giá khả năng chịu tải trọng công trình

Căn cứ kết quả tính toán sức chịu tải theo đất nền cho móng công trình có cấu tạo nền đất có chiều dày 2 m đất yếu trên lớp đất cát mịn dày 2 m với kích thước cọc có đường kính thân cọc là **100 cm** - đường kính cánh xoắn là **1000 cm**, chiều dài cọc 4 m có sức chịu tải là **74.65 kN/cọc**, với công trình thấp tầng: 1 lầu - 1 trệt; bước cột 4 m × 5 m.

Tải trọng công trình truyền xuống chân cột của công trình: $N_{tt} = 50 \text{ kN/cột}$.

Khả năng chịu lực của đất nền cho móng nông, $R_{dn} = 65.90 \text{ kN/m}^2$ với $b_m = 1.5 \text{ m}$.

Khả năng chịu lực của đất nền cho cọc vít xoắn, $R_r = 74.65 \text{ kN/cọc}$.

Căn cứ các yếu tố trên nhận thấy lựa chọn sử dụng cọc vít xoắn là hiệu quả và an toàn nhất cho công trình thấp tầng trong nhiều điều kiện địa hình và địa chất.

5. Hiệu quả kỹ thuật và kinh tế của các phương án móng

5.1. Móng nông

Đặc điểm:

- Phải đào hố móng sẽ ảnh hưởng đến độ ổn định của công trình lân cận;
- Thi công hố móng cần thời gian sẽ ảnh hưởng đến độ ổn định của công trình lân cận;
- Lấp hố móng sẽ không ổn định độ chặt cho nền tức thời, cần nhiều thời gian để nền nhà trên móng ổn định;
- Kinh phí xây dựng gần bằng 3.900.000 đ;
- Nền công trình lân cận phải có gia cố bảo vệ sạt, sụp lở khi đào hố móng.

Bảng 5. Bảng dự trù kinh phí cho móng nông

MÓNG NÔNG		
Kích thước móng		
B	1.5	m
L	2	m
Hm	0.3	m
độ sâu	2	m
Thể tích bê tông móng	0.9	m ³
Đơn giá bê tông móng	2,500,000	vnd
Bê tông lót dày 10 cm	0.3	m ³
Đơn giá beton lót	1,000,000	vnd
Đất đào hố móng	6	m ³
Đơn giá đào đất	100,000	vnd
Đất lấp hố móng	4.8	m ³
Đơn giá lấp đất	50,000	vnd
Chi phí chống đỡ thành hố móng	500,000	vnd
Cộng	3,890,000	vnd

5.2. Móng cọc vít nhỏ

Đặc điểm:

- Không đào hố móng, không ảnh hưởng đến công trình lân cận.
- Thi công móng nhanh.

- Kinh phí xây dựng thấp.

Bảng 6. Dự trù kinh phí cho móng cọc vít

CỌC VIT		
Đường kính ngoài cọc	100	mm
Đường kính trong cọc	92	mm
Độ dày thành cọc	4	mm
Thể tích vật liệu cọc	1205.76	mm ³
Trọng lượng riêng vật liệu cọc	7850	kG/m ³
Trọng lượng cọc/md	9.465216	kG/m
Chiều dài cọc	4	m
Đường kính đế xoắn cọc	1000	mm
Chiều dày bản đế cọc	4	mm
Thể tích đế xoắn cọc	3140000	mm ³
Trọng lượng đế cọc	24.65	kG
Trọng lượng thân cọc	37.86	kG
Trọng lượng cọc	62.51	
Đơn giá vật liệu cọc	25,000	vnd
Chi phí chế tạo cọc	1,562,747	vnd
Chi phí hạ cọc	100,000	vnd/m
Chi phí thi công cọc	1,962,747	vnd

5.3. Nhận xét

- Khi công trình có tải trọng không lớn thì phương án móng cọc vít nhỏ sẽ hiệu quả cho công trình.
- Cọc vít thi công dễ, đơn giản, chỉ vặn xoay như vặn vít vào nền đất, không làm cho nền đất trôi lên như cọc ép.

6. Kết luận và kiến nghị

6.1. Kết luận

- Khi công trình có tải trọng không lớn và nền đất không có biến dạng nhiều thì có thể chọn phương án móng cọc vít nhỏ sẽ hiệu quả cho công trình.
- Có thể thực hiện móng băng hoặc móng bè trên nền cọc vít nhỏ khi có những công trình đặc biệt.
- Tính chất cơ lý của đất theo chiều sâu càng tốt thì sức chịu tải của đất nền có mối quan hệ phi tuyến theo chiều hướng logarit: $y = 69.42\ln(x) + 20.778$; $R_2 = 0.9832$ (hình 3, hình 4).
- Khi xây chen trong đô thị thì sử dụng cọc vít nhỏ là một ưu thế vì không gây ảnh hưởng xấu cho công trình lân cận.
- Khi xây dựng và phát triển đô thị cho nông thôn thì cọc vít nhỏ rất phù hợp, kinh phí ít và điều kiện thi công dễ dàng nhất trong các loại móng.

6.2. Kiến nghị

- Khi công trình có tải trọng không lớn và nền đất không có biến dạng nhiều thì có thể chọn phương án móng cọc vít nhỏ sẽ hiệu quả cho công trình.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Bộ Khoa học và Công nghệ (2010), Rung động và chấn động. Hướng dẫn đánh giá phản ứng của cư dân trong các công trình cố định đặc biệt những công trình nhà cao tầng và công trình biển chịu chuyển động lắc ngang tần số thấp (từ 0,063 Hz đến 1 Hz), Tiêu chuẩn TCVN 8629:2010.
2. Bộ Khoa học và Công nghệ (2012), Cọc khoan nhồi - Thi công và nghiệm thu, TCVN 9395:2012 .
3. Bộ Khoa học và Công nghệ (2012), Gia cố nền đất yếu - Phương pháp trụ đất xi măng, Tiêu chuẩn TCVN 9403:2012.
4. Bộ Khoa học và Công nghệ (2012), Kết cấu xây dựng và nền - Nguyên tắc cơ bản về tính toán, TCVN 9379 : 2012.
5. Bộ Khoa học và Công nghệ (2012), Khoan thăm dò địa chất công trình, TCVN 9437:2012;
6. Bộ Khoa học và Công nghệ (2012), Móng cọc - Tiêu chuẩn thiết kế, TCVN 10304: 2014.
7. Bộ Khoa học và Công nghệ (2012), Móng cọc vít có cánh đơn ở mũi – Yêu cầu thiết kế, TCVN 11520:2016.
8. Bộ Khoa học và Công nghệ (2012), Thiết kế công trình chịu động đất – Phần 1: Quy định chung, tác động động đất và quy định đối với kết cấu nhà, TCVN 9386-1:2012.
9. Bộ Khoa học và Công nghệ (2012), Thiết kế công trình chịu động đất – Phần 2: Nền móng, tường chắn và các vấn đề địa kỹ thuật, TCVN 9386-2:2012.
10. Bộ Khoa học và Công nghệ (2012), Tiêu chuẩn thiết kế Nền nhà và Công trình, TCVN 9362: 2012.
11. Bộ Khoa học và Công nghệ (2013), Quy trình thí nghiệm xuyên tĩnh có đo áp lực nước rỗng (CPTu), TCVN 9846:2013
12. Bộ Khoa học và Công nghệ (2013), Thi công và nghiệm thu vải địa kỹ thuật trong xây dựng nền đắp trên đất yếu - Tiêu chuẩn thiết kế, TCVN 9844:2013.
13. Bộ Khoa học và Công nghệ (2014), Cọc bê tông ly tâm ứng lực trước, TCVN 7888:2014.
14. Bộ Khoa học và Công nghệ (2014), Ô ngăn hình mạng trong xây dựng hạ tầng công trình - Yêu cầu thiết kế, thi công và nghiệm thu, TCVN 10544:2014;
15. Bộ Khoa học và Công nghệ (2015), Cọc thép - Phương pháp chống ăn mòn - Yêu cầu và nguyên tắc lựa chọn, TCVN 11197:2015.
16. Bộ Khoa học và Công nghệ (2015), Móng cọc ống thép dạng cọc đơn dùng cho công trình cầu - Tiêu chuẩn thiết kế, TCVN 10834:2015.
17. Bộ Khoa học và Công nghệ (2017), Kết cấu bê tông và bê tông cốt thép - Yêu cầu chung về thiết kế độ bền lâu và tuổi thọ trong môi trường xâm thực, TCVN 12041:2017;
18. Bộ Xây dựng (1995), Tải trọng và tác động - Tiêu chuẩn thiết kế, TCVN 2737:1995.
19. Bộ Xây dựng (1997), Số liệu khí hậu dùng trong thiết kế xây dựng, TCVN 4088:1997.
20. Bộ Xây dựng (2012) Kết cấu bê tông và bê tông cốt thép - Yêu cầu bảo vệ chống ăn mòn trong môi trường biển, TCVN 9346:2012.
21. Châu Ngọc Ân (2013), *Nền móng công trình*, NXB Đại học Quốc gia TP HCM.

TÍNH TOÁN KẾT CẤU MÁI DÂY MỀM HAI LỚP TRÊN GÓI CỐ ĐỊNH CHỊU TÁC DỤNG CỦA TẢI TRỌNG PHÂN BỐ ĐỀU CÓ XÉT ĐẾN BIẾN DẠNG CỦA DÂY CHỦ

Phan Thành Nhân¹, Phạm Thành An¹

1. Trường Đại học Thủ Dầu Một.

Tóm tắt

Hệ dây mềm hai lớp bao gồm một dây chủ và một dây văng nên có độ ổn định cao hơn so với hệ dây mềm một lớp, do đó hệ dây này thường được lựa chọn cho các kết cấu nhà nhịp lớn. Có nhiều nghiên cứu về sự làm việc của hệ dây, tuy nhiên chưa có nghiên cứu nào hướng dẫn cụ thể quy trình thiết kế một hệ dây mềm hai lớp trên gối cố định có xét đến biến dạng của dây chủ. Nhằm tạo sự thuận lợi cho các kỹ sư khi thiết kế hệ kết cấu này, bài báo đề xuất quy trình thiết kế hệ dây mềm hai lớp trên gối cố định chịu tải trọng phân bố đều có xét đến biến dạng của dây chủ. Từ quy trình thiết kế này, một bài toán cụ thể cũng được thực hiện nhằm làm rõ hơn các vấn đề.

1. Giới thiệu

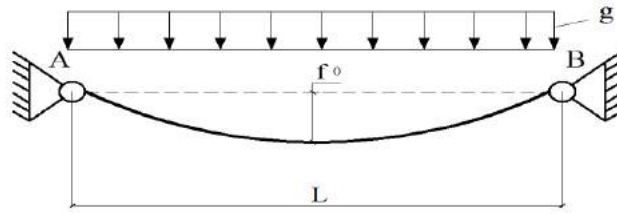
Ngày nay, xu hướng phát triển của ngành xây dựng là hướng đến sự phát triển bền vững. Để hướng đến mục tiêu đó, kết cấu phải thỏa mãn các điều kiện về bền và biến dạng nhưng phải có chi phí hay sử dụng ít vật liệu nhất có thể. Trong nhiều loại kết cấu thì hệ mái dây mềm là loại kết cấu có nhiều ưu điểm như vậy nhất. Hệ mái dây đã và đang được các nước tiên tiến sử dụng rộng rãi từ nhiều thập niên qua, đặc biệt là hệ mái dây hai lớp do có tính ổn định cao, nhằm phục vụ cho các công trình đòi hỏi vượt nhịp lớn như: nhà thi đấu, khu triển lãm,... Có nhiều đề tài nghiên cứu đã được thực hiện nhằm làm rõ cách thức tính toán hệ mái dây hai lớp. Tác giả Phạm Văn Hội và các cộng sự (2001), đã đề xuất các công thức tính toán kết cấu mái dây mềm hai lớp trên gối cố định. Tuy nhiên, tác giả chưa đề xuất một quy trình tính toán cho một bài toán cụ thể. Tác giả Phan Thành Nhân (2019) đã đề xuất một quy trình tính toán đối với hệ dây mềm hai lớp trên gối cố định chịu tải trọng phân bố đều nhưng chưa xét đến biến dạng của dây khi chịu tải trọng. Vì vậy, để thuận lợi cho quá trình thiết kế hệ mái dây mềm hai lớp, bài báo này sẽ đề xuất quy trình tính toán kết cấu mái dây mềm hai lớp trên gối cố định chịu tải trọng phân bố đều có xét đến biến dạng của dây chủ.

2. Cơ sở lý thuyết

2.1. Quá trình làm việc của hệ mái dây mềm hai lớp

2.1.1. Giai đoạn chịu tải trọng của tĩnh tải g

Lúc này chỉ lắp dựng dây chủ nhằm nâng đỡ tấm mái. Sơ đồ tính của hệ như Hình 1.



Hình 1. Sơ đồ của hệ dây trong giai đoạn lắp mái

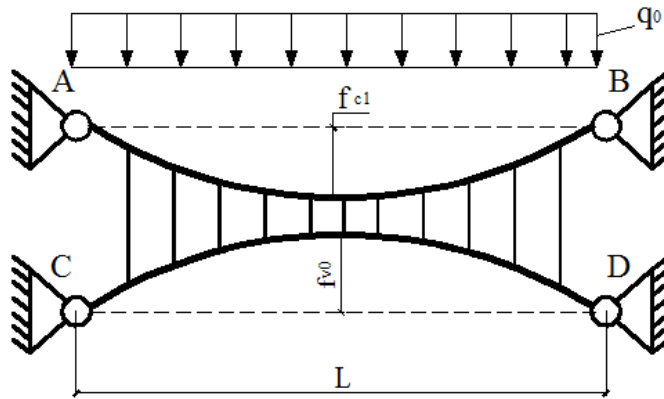
Do đó, lực ngang H_0 và độ võng của dây Δf_0 được xác định theo Phạm Văn Hội (2001) như sau:

$$H_0^3 + \frac{8EA}{3n_0^2 m_0} H_0^2 = \frac{D_0 EA}{2lm_0} \quad \text{và} \quad \Delta f_{c0} = \frac{3m_0^2 gl^4}{128EAf_0^2} \quad (1)$$

2.1.2. Giai đoạn ứng lực trước cho dây văng

Khi dây văng được đưa vào hệ kết cấu với một lực căng trước là $q_0 = q_v = 1,2 \frac{\alpha_1 p}{1 + \alpha_1}$

với $\alpha_1 = \left(\frac{f_{v0}}{f_{c1}} \right)^2 \left(\frac{m_c}{m_v} \right) \frac{A_c}{A_v}$ là tỷ lệ độ cứng thì độ võng của dây chủ là: $f_{c1} = f_{c0} + \Delta f_{c0}$. Khi này, sơ đồ tính của dây như Hình 2.



Hình 2. Sơ đồ tính của dây khi đã bắt đầu tạo lực căng trước cho dây văng

Theo Phạm Văn Hội (2001), lực ngang H_1 và độ võng của dây Δf_1 được xác định như sau:

$$H_1^3 + \frac{8EA}{3n_1^2 m_1} H_1^2 = \frac{D_1 EA}{2lm_1} \quad \text{và} \quad \Delta f_1 = \frac{3m_1^2 q_0 l^4}{128EAf_1^2} \quad (2)$$

Lúc này, tổng lực ngang H và tổng độ võng trong dây chủ là:

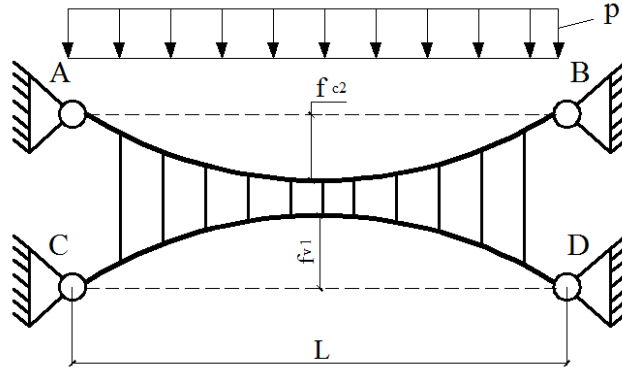
$$H = H_1 + H_0 \quad \text{và} \quad \Delta f = \Delta f_1 + \Delta f_0 \quad (3)$$

Trong khi đó, theo Phan Thành Nhân (2019), dây văng chỉ chịu tác động bởi lực căng trước nên lực căng dây sẽ là:

$$T_v = \frac{q_v l}{2} \left(1 + \frac{l^2}{16f_v^2} \right)^{1/2} \quad (4)$$

2.1.3. Giai đoạn chịu tác dụng của hoạt tải p

Khi công trình được đưa vào sử dụng, khi này hệ có sơ đồ tính như Hình 3.



Hình 3. Sơ đồ tính của hệ mái dây hai lớp trong giai đoạn sử dụng

Theo Phạm Văn Hội (2001), tác dụng của hoạt tải p được phân phối lên dây chủ (p_c) và dây văng (p_v) theo tỷ lệ độ cứng α_1 như sau:

$$p_c = \frac{p}{1 + \alpha_1} ; \quad p_v = \frac{\alpha_1 p}{1 + \alpha_1}$$

Trong giai đoạn này, dây chủ chịu tác dụng thêm của lực p_c nên trong dây chủ, lực ngang xuất hiện thêm thành phần H_2 và độ võng Δf_2 được xác định như sau:

$$H_2^3 + \frac{8EA}{3n_2^2 m_2} H_2^2 = \frac{D_2 EA}{2lm_2} \quad \text{và} \quad \Delta f_2 = \frac{3m_2^2 p_c l^4}{128EA f_2^2} \quad (5)$$

Ngược lại, dưới tác dụng của hoạt tải p , lực căng dây trong dây văng sẽ giảm xuống. Do đó, lực căng dây trong dây văng lớn nhất là trong giai đoạn tạo lực căng trước trong dây.

2.2. Quy trình thiết kế

Bước 1: Xác định sơ bộ diện tích của dây chủ và dây văng

Theo Phan Thành Nhân (2020), diện tích sơ bộ của dây chủ được xác định theo công thức:

$$A_c = k \frac{3m_0^2 q l^4}{128E [\Delta f] f_0^2}$$

Trong đó: hệ số $k = 1,2$ nhằm kể đến ảnh hưởng của lực căng trước.

Theo Phan Thành Nhân (2019), diện tích sơ bộ của dây văng được xác định như sau:

$$\frac{A_c}{A_v} = 3 \div 5$$

Bước 2: Xác định lực ngang H_0 và độ võng Δf_0 do tĩnh tải gây ra theo công thức số 2.

Bước 3: Xác định lực ngang H_1 và độ võng Δf_1 do lực căng trước gây ra theo công thức số 3 với các thông số của sơ đồ tính được xác định như Hình 2.

Bước 4: Xác định lực ngang H_2 và độ võng Δf_2 do hoạt tải p gây ra theo công thức số 5 với các thông số của sơ đồ tính được xác định như Hình 3.

Bước 5: Kiểm tra hệ dây theo điều kiện bền và điều kiện võng.

Theo Bộ Xây dựng (2013) và Phan Thành Nhân (2020), điều kiện bền được kiểm tra theo công thức:

$$\sigma = \frac{T}{A} \leq R\gamma_c$$

Trong đó: $T = \sqrt{H^2 + V^2}$ với V là lực cắt khi xem dây như dầm có nhịp L .

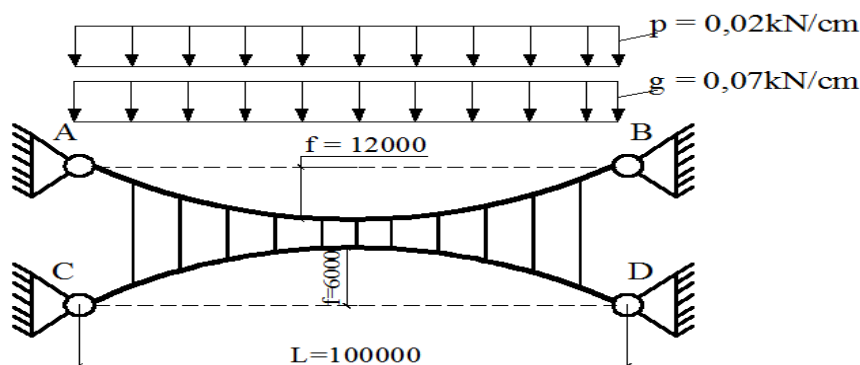
Theo Phan Thành Nhân (2020), điều kiện độ võng được kiểm tra theo công thức:

$$\Delta f \leq [\Delta f]$$

Trong đó: $[\Delta f] = l \left(\sqrt{\frac{3}{8}(m_0(1+\varepsilon)-1)} + \sqrt{\frac{3}{8}(m_0-1)} \right)$ với $\varepsilon = 0,2\%$ là biến dạng tương đối cho phép của vật liệu.

3. Ví dụ tính toán

Tính toán kết cấu dây mềm hai lớp trên gối cố định có các đặc trưng như Hình 4. Biết thông số đặc trưng của vật liệu cấu tạo dây là $R = 108 \text{ kN/cm}^2$; $E = 19,5 \times 10^3 \text{ kN/cm}^2$.



Hình 4. Các thông số đầu vào của bài toán

Độ võng cho phép của hệ dây:

$$[\Delta f] = l \left(\sqrt{\frac{3}{8}(m_0(1+\varepsilon)-1)} + \sqrt{\frac{3}{8}(m_0-1)} \right) \approx 32 \text{ cm}$$

Sơ bộ chọn tiết diện của dây chủ và dây văng:

$$A_c = k \frac{3m_0^2(g+p)l^4}{128E[\Delta f]f_0^2} = 30,35 \text{ cm}^2 \text{ và } A_v = A_c/3 = 10,12 \text{ cm}^2$$

Bảng 1. Xác định lực ngang H_0 và độ võng Δf_0 do tĩnh tải gây ra trong dây chủ

n_0	m_0	D_0 (kNcm)	H_0 (kN)	Δf_0 (cm)
8,33	1,04	408.10^6	717,51	20,75

Bảng 2. Xác định lực ngang H_1 và độ võng Δf_1 do lực căng trước gây ra trong dây chủ

$f_1(\text{cm})$	$f_v(\text{cm})$	n_1	m_1	m_v	α_1	$D_1(\text{kNcm})$	$H_1(\text{kN})$	$\Delta f_1(\text{cm})$
1220,75	600	8,19	1,04	1,01	0.77	9.10^6	106,55	5,74

Bảng 3. Xác định lực ngang H_2 và độ võng Δf_2 do hoạt tải p gây ra trong dây chủ

$f_c(\text{cm})$	$f_v(\text{cm})$	n_c	m_c	m_v	α_1	$D_1(\text{kNcm})$	$H_2(\text{kN})$	$\Delta f_2(\text{cm})$
1226,5	5944,26	8,15	1,04	1,01	0.75	11.10^6	116,32	3,26

Lực căng dây lớn nhất trong dây chủ và dây văng:

$$T_c = \sqrt{H_c^2 + V_c^2} = 1046,58 \text{ kN}; \quad T_v = \frac{q_v l}{2} \left(1 + \frac{l^2}{16 f_v^2} \right)^{1/2} = 223,5 \text{ kN}$$

Ứng suất trong dây chủ và dây văng:

$$\sigma_c = \frac{T_c}{A_c} = 34,48 \text{ kN} / \text{cm}^2 \leq R\gamma_c; \quad \sigma_v = \frac{T_v}{A_v} = 22,09 \text{ kN} / \text{cm}^2 \leq R\gamma_c$$

Độ võng của dây chủ:

$$\Delta f = 29,76 \text{ cm} \leq [\Delta f] = 32 \text{ cm}$$

Vậy tiết diện đã chọn thoả mãn cả hai điều kiện bền và võng, trong đó độ võng tiệm cận với điều kiện giới hạn.

4. Kết luận và kiến nghị

Với quy trình tính toán được đề xuất hỗ trợ tốt cho các kỹ sư xây dựng khi thiết kế hệ dây mềm hai lớp trên gối cố định. Đồng thời, báo cáo là nguồn tài liệu tham khảo hữu ích cho sinh viên ngành kỹ thuật xây dựng về hệ dây này.

Tuy nhiên, báo cáo mới chỉ xem xét trường hợp tải trọng phân bố và chưa đánh giá sự ảnh hưởng của chuyển vị gối tựa. Do đó, cần có thêm các nghiên cứu khác về hệ dây hai lớp.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Bộ Xây dựng (2013), *Kết cấu thép – Tiêu chuẩn thiết kế TCVN 5575 – 2012*, NXB Xây Dựng.
2. Phạm Văn Hội (2001), *Kết cấu thép công trình dân dụng và công nghiệp*, NXB Khoa học và Kỹ thuật.
3. Phan Thành Nhân (2019), *Tính toán kết cấu mái dây mềm hai lớp chịu tác dụng của tải trọng phân bố đều*, Kỷ yếu Hội thảo khoa học Xây dựng hướng đến phát triển bền vững, Khoa Kiến trúc, Trường Đại học Thủ Dầu Một.
4. Phan Thành Nhân (2020), *Tính toán hệ dây mềm một lớp trên gối cố định theo điều kiện biến dạng của dây trong giai đoạn đàn hồi*, Kỷ yếu Ngày hội Khoa học Cán bộ, Giảng viên trẻ và Học viên cao học lần IV, Trường Đại học Thủ Dầu Một.

TÍNH TOÁN ỔN ĐỊNH HỆ CHẮN ĐẤT TƯỜNG VÂY DW500 CÔNG TRÌNH NGẦM KHU VỰC THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

Trần Hữu Bằng¹, Nguyễn Hải Linh¹

1. Trường Đại học Thủ Dầu Một.

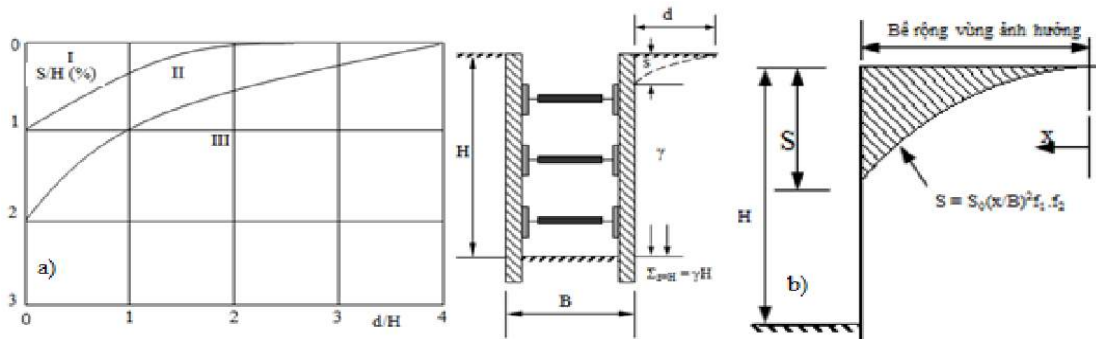
Tóm tắt

Trong quá thiết kế và thi công, công trình ngầm có sự liên quan với tường chắn đất, hố đào sâu... Việc kiểm tra tính toán ổn định hệ chắn đất tường vây (Diaphragm Wall – Plate) DW500 bê tông cốt thép liên tục, một trong những bước quan trọng tránh gây sạt lở, sụt lún công trình lân cận, là rất cần thiết. Cần tính toán và dự đoán được độ ổn định hệ chắn đất DW500, xác định phạm vi ảnh hưởng trong quá trình thi công hố đào đến các công trình lân cận và phương pháp tiết kiệm kết cấu chống giữ (tường chắn đất và hệ chống Shoring). Hiện nay, có rất nhiều phương pháp đã được nghiên cứu và áp dụng trong các công trình thực tế ở Việt Nam nói chung và khu vực Thành phố Hồ Chí Minh nói riêng. Bài báo trình bày kết quả tính toán dự báo ổn định hệ chắn đất tường vây DW500, chuyển vị ngang dự đoán lớn nhất, hệ chống Shoring và đảm bảo khả năng chịu lực theo phương pháp phần tử hữu hạn trong địa kỹ thuật (FEM – Plaxis 2019).

1. Đặt vấn đề

Trong quá trình đô thị hóa, nhu cầu về xây dựng các công trình nhà cao tầng có tầng hầm trong đô thị ngày càng tăng. Thiết kế tính toán công trình ngầm liên quan đến hố đào sâu, hệ chắn đất và hệ chống Shoring..., các nguyên nhân này có thể gây ra sạt lở dẫn đến sụt lún công trình lân cận. Vì vậy việc tính toán ổn định, kiểm tra hệ tường vây chắn đất DW500, hệ chống Shoring và đảm bảo trong các giai đoạn thi công là cần thiết. Có nhiều phương pháp phân tích ổn định và chuyển vị của tường vây chắn đất đang sử dụng hiện nay như: phương pháp giải tích, phương pháp dựa trên nền đàn hồi và phương pháp phần tử hữu hạn (PTHH),...

– Phương pháp kinh nghiệm của Peck (1969) (Nguyễn Uyên, 2005) đã đưa ra giản đồ xác định độ lún bề mặt đất xung quanh hố đào gồm ba vùng như Hình 1(a). Trong đó, Vùng I - Đất loại sét dẻo cứng đến cứng ($C_u > 30\text{kPa}$); Vùng II - Đất loại sét dẻo mềm đến chảy ($C_u < 30\text{kPa}$); Vùng III - Đất loại sét dẻo mềm đến dẻo chảy ở độ sâu dưới đáy hố móng. Quá trình thi công hố móng đào sâu thường gây ra sự thay đổi trạng thái ứng suất trong nền đất, dẫn đến hiện tượng lún sụt ở bề mặt xung quanh hố đào. Trên biểu đồ thể hiện khoảng cách từ hố móng đến nơi xảy ra độ lún và dễ dàng nhận thấy độ lún trong đất loại sét dẻo mềm đến chảy lớn hơn trong đất loại sét dẻo cứng đến cứng.



Hình 1. *Giản đồ xác định độ lún bề mặt đất xung quanh hố đào (theo Peck, 1969)(a); Độ lún của đất xung quanh tường theo phương pháp Bauer (1984)(b)*

– Phương pháp bán kinh nghiệm của Bauer (1984) (Nguyễn Uyên, 2005): Kết quả nghiên cứu cho hố móng đào sâu trong đất loại cát của Bauer cho thấy các số liệu tính toán lún khá phù hợp với các chuyển dịch quan trắc ở hiện trường Hình 1(b). Trong đó, bề rộng ảnh hưởng của hố móng B xác định theo công thức:

$$B = 1,5H \tan (45^\circ - \varphi/2) \quad (1)$$

Độ lún bề mặt đất tại điểm x trong vùng ảnh hưởng B được xác định theo công thức:

$$S = S_0 \left(\frac{x}{B} \right)^2 f_1 f_2 \quad (2)$$

Biến đổi của hệ lún theo trạng thái của nền đất loại cát được xác định theo công thức:

$$r_0 = \left(\frac{2 - (2D_r)}{100} \right)^{1/2} \quad (3)$$

Trong đó, H: độ sâu hố móng; φ : góc ma sát của cát; D_r : độ chặt tương đối của cát ở trạng thái khô; f_1, f_2 : hệ số kể đến công nghệ và mức độ khó khăn khi thi công; $S_0 = r_0 \cdot H$: độ lún của đất tại sát tường cừ.

– Phương pháp PTHH phức tạp hơn nhưng cho kết quả phân tích ít biến động và phù hợp với thực tế (Chang Yu Ou, 2006). Tuy có nhiều ưu điểm hơn trong việc phân tích bài toán tường vây chắn đất hố đào sâu nhưng kết quả của phương pháp PTHH lại bị ảnh hưởng bởi nhiều yếu tố như các thông số đầu vào lấy từ báo cáo khảo sát địa chất, các mô hình nền cũng như các phương pháp, phần mềm sử dụng để phân tích và tính toán... đòi hỏi người thực hiện phải có nhiều kinh nghiệm.

– Các kết quả nghiên cứu khác cũng cho thấy mô hình nền sử dụng có ảnh hưởng lớn đến kết quả bài toán phân tích ổn định và chuyển vị ngang của tường vây hố đào (Võ Phán và Ngô Đức Trung, 2015). Ngoài ra, các thông số đầu vào của các mô hình nền cũng ảnh hưởng không nhỏ đến kết quả.

– Bài báo tập trung phân tích chuyển vị tường chắn đất DW500 của một công trình ngầm tại quận 1, TP Hồ Chí Minh, bằng phương pháp PTHH (FEM) – Plaxis 2019. Kết quả phân tích làm cơ sở so sánh với quan trắc chuyển vị tường chắn đất DW500 ngoài thực tế, từ đó đưa ra được mô hình đất và thông số đất nền hợp lý phục vụ cho công tác thiết kế các bước tiếp theo.

2. Nội dung chính

2.1. Giới thiệu

– Công trình tòa nhà văn phòng SJC



Hình 2. Vị trí dự án



Hình 3. Phối cảnh dự án

– Xung quanh hiện trạng công trình: *Bên trái*: Ủy ban Nhân dân Quận 1 (5 tầng nổi + 2 hầm); *Bên phải*: Nhà biệt thự 26 Phùng Khắc Khoan (4 tầng nổi + 2 hầm); *Phía trước*: Vĩa hè đường Phùng Khắc Khoan; *Phía trong*: Văn phòng SJC hiện hữu (5 tầng nổi + 1 hầm).

2.2. Dữ liệu đầu vào

Cấu tạo địa chất và thông số tường vây chắn đất DW500:

Căn cứ báo cáo khảo sát địa chất công trình được tư vấn khảo sát phía chủ đầu tư cung cấp, thứ tự các lớp đất khai báo vào mô hình như sau (Plaxis 2D V8.5, 2019):

FIDECO - HK1					Diaphragm Wall - Plate	
Chỉ tiêu	Lớp SL	Lớp 1	Lớp 2	Lớp 3	Loại tường chắn	DW500
Loại đất	Đất san lấp	Sét lẫn cát - Laterit	Cát lẫn sét	Sét	Chiều dày tường vây d (m)	0.5
Trạng thái		Đeo cứng	Nâu vàng - hồng	Cứng	Bề rộng dây tính toán (m)	1
Bề dày (m)	1	7	30	20	Mác bê tông	M400
γ_{sat} (kN/m ³)	18	20.1	20.7	21.2	Hệ số giảm cường độ	0.7
γ_{sat} (kN/m ³)	18.5	20.3	21	21.4	Cường độ bê tông R_b (MPa)	17
k (m/d)	2	0.00864	1	0.00864	Module E_{bt} (kN/m ²) (chưa giảm hệ số)	32500000
E_{50}^{ref} (kN/m ²)	8000	14000	16000	31500	Module E_{bt} (kN/m ²) (đã giảm hệ số)	27000000
E_{oed}^{ref} (kN/m ²)	8000	14000	16000	31500	Tiết diện A (m ²) / m dài	0.500
E_{ur}^{ref} (kN/m ²)	24000	42000	48000	94500	Moment quán tính I (m ⁴) / m dài	0.0104
c' (kN/m ²)	5	15.3	5.5	40	EA (kN/m dài)	13500000
ϕ' (độ)	20	15.72	23.7	17.2	EI (kNm ² /m dài)	281250
ψ (độ)	0	0	0	0	Hệ số Poisson ν	0.2
ν	0.2	0.2	0.2	0.2		
$k_0 = 1 - \sin\phi$	0.66	0.73	0.60	0.70		
Mô hình	HS	HS	HS	HS		
Ứng xử	D	U	D	U		
N_{SPT}		7	16	37		

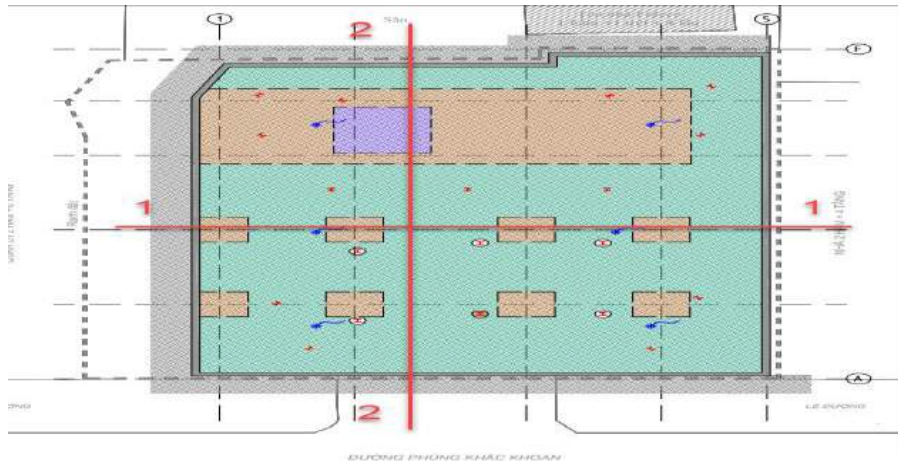
Tải trọng mô phỏng; thông số giằng chống Shoring và dầm thép

– Tải trọng công trình lân cận: 50 kN/m²-60 kN/m²; Hoạt tải thi công: 15 kN/m²-20 kN/m²; Hoạt tải đường nội bộ: 5 kN/m²-8 kN/m²;

- Shoring: H400×400×13x21 – Selfweigh: 200 kG/m;
- Dầm thép: H350×350×12×19 – Selweight: 150 kG/m.

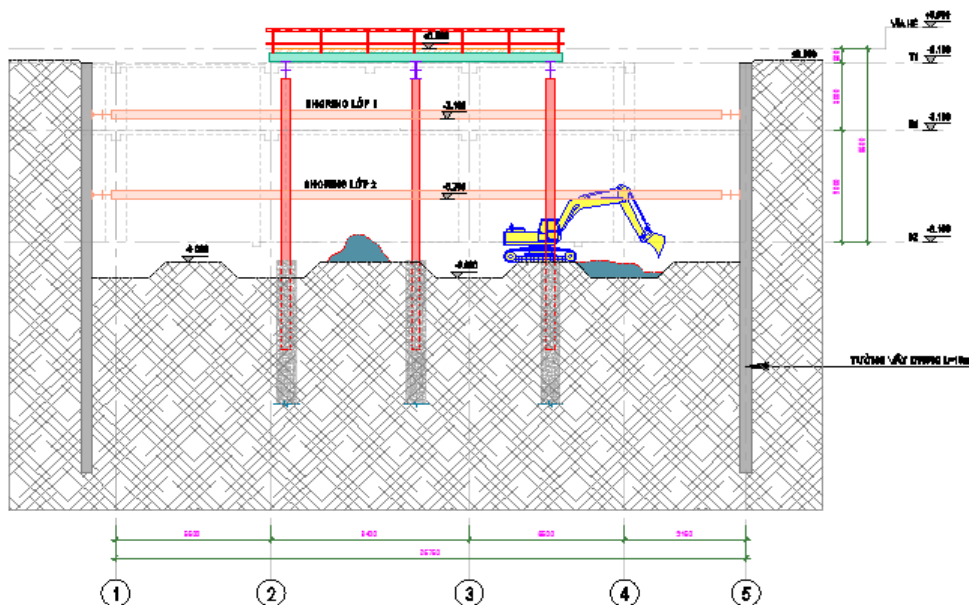
2.3. Tính toán và kiểm tra biện pháp

Sử dụng phần mềm Plaxis mô phỏng ứng xử hố đào với hệ tường chắn và hệ chống/sàn cùng làm việc theo từng giai đoạn thi công. Từ đó, kiểm tra giá trị nội lực nguy hiểm nhất của kết cấu, dự báo chuyển vị tường vây DW500.



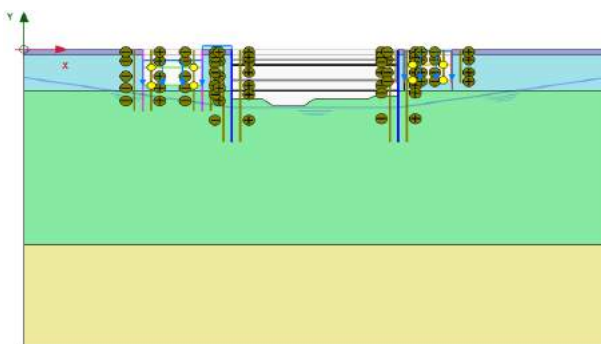
Hình 4. Các mặt cắt tính toán điển hình

2.3.1. Kết quả tính toán mặt cắt 1 – 1

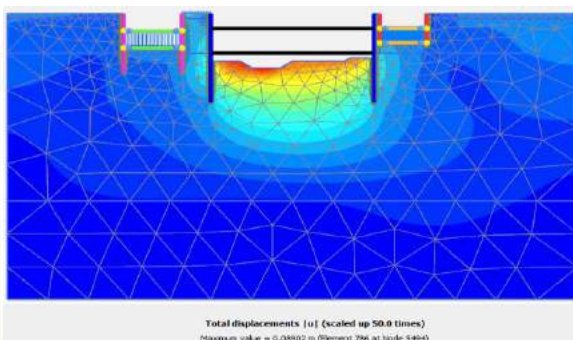


Hình 5. Chi tiết điển hình mặt cắt 1 – 1

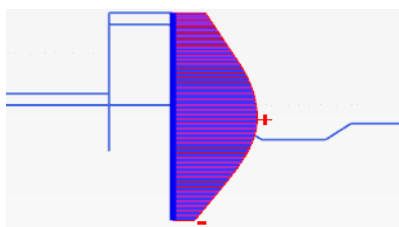
Mặt cắt 1 – 1: Mặt cắt tính toán qua đáy sàn hầm B2 – đáy móng bè, chiều sâu đào 9m-9.6m và 10.9m. Tải trọng mô phỏng là tải trọng công trình lân cận.



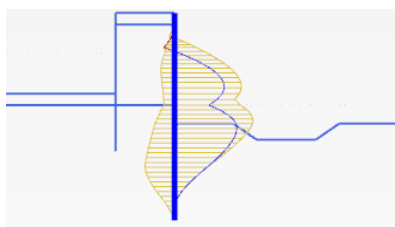
Hình 6. Mô phỏng tính toán hố đào



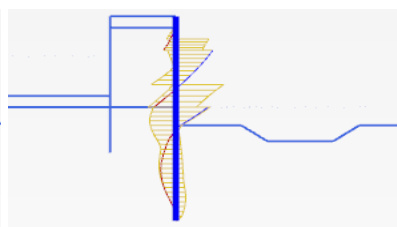
Hình 7. Chuyển vị tổng



Hình 8. Chuyển vị ngang
 $U_x = 3.4 \text{ (cm)}$

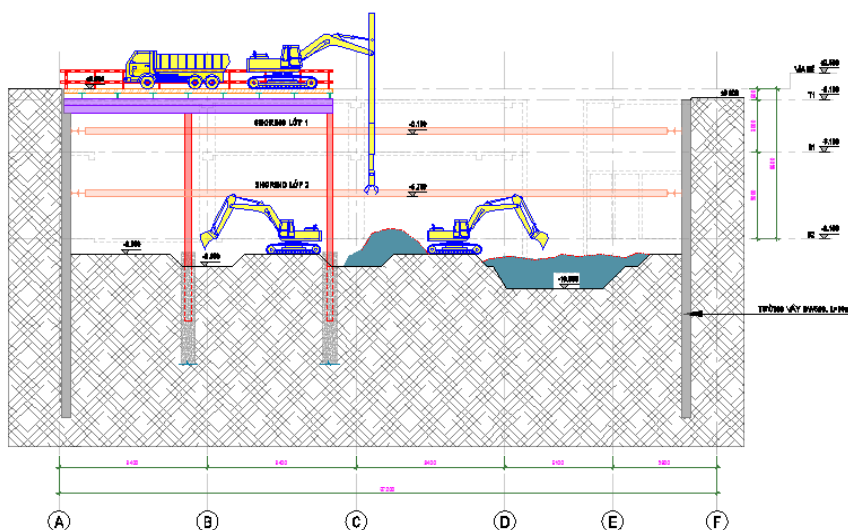


Hình 9. Moment
 $M_{max} = 334 \text{ (kNm/m)}$



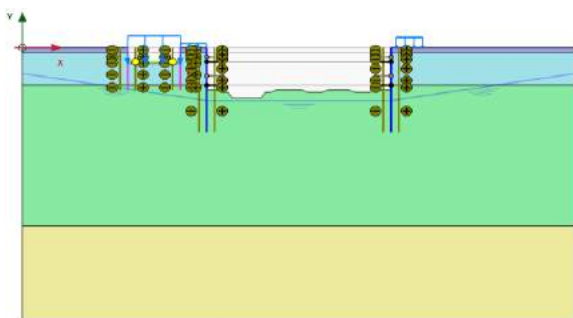
Hình 10. Lực cắt
 $Q_{max} = 184 \text{ (kN/m)}$

2.3.2. Kết quả tính toán mặt cắt 2 – 2

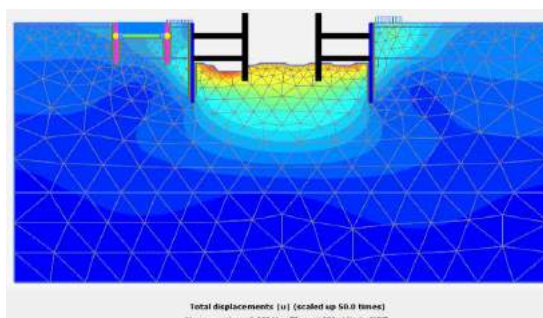


Hình 11. Chi tiết điển hình mặt cắt 2 – 2

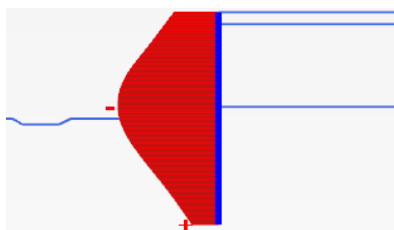
Mặt cắt 2 – 2: Mặt cắt tính toán qua đáy sàn hầm B2 – đáy móng bè, chiều sâu đào 9m – 9.6m và 10.9m. Tải trọng mô phỏng là tải công trình lân cận và hoạt tải thi công.



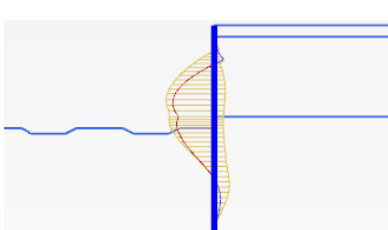
Hình 12. Mô phỏng tính toán hố đào



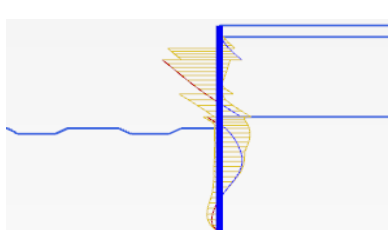
Hình 13. Chuyển vị tổng



Hình 14. Chuyển vị ngang
 $U_x = 4.1 \text{ (cm)}$



Hình 15. Moment
 $M_{max} = 420 \text{ (kNm/m)}$



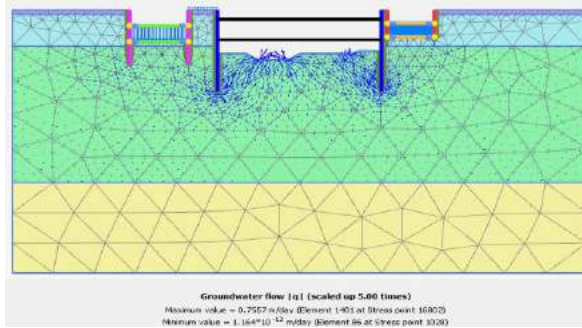
Hình 16. Lực cắt
 $Q_{max} = 226 \text{ (kN/m)}$

Nhận xét kết quả tính toán vị trí các mặt cắt:

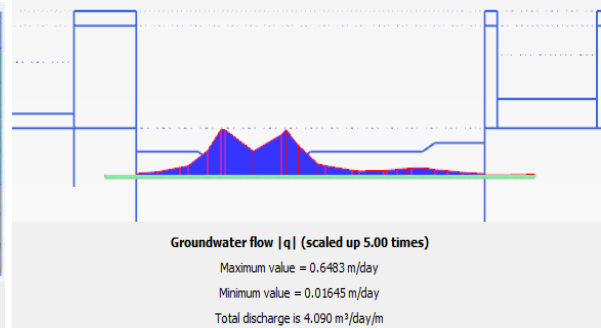
Bảng 1. Kết quả tính toán vị trí các mặt cắt

	Mô tả	Đơn vị	Giá trị	Ghi chú
Mặt cắt 1-1	<i>Tổng hợp chuyển vị - nội lực DW500 (UBND Quận 1)</i>			
	Chuyển vị ngang lớn nhất	cm	3.4	
	Giá trị moment (TH bao)	kNm/m	334	
	Giá trị lực cắt (TH bao)	kN/m	184	
	<i>Tổng hợp chuyển vị - nội lực DW500 (Nhà biệt thự 26)</i>			
	Chuyển vị ngang lớn nhất	cm	2.3	
	Giá trị moment (TH bao)	kNm/m	257	
	Giá trị lực cắt (TH bao)	kN/m	181	
	<i>Tổng hợp phản lực thanh chống Shoring</i>			
	Thanh chống Shoring lớp 1	kN	1118	$L_{spacing} = 7m$
	Thanh chống Shoring lớp 2	kN	1930	$L_{spacing} = 7m$
Mặt cắt 2-2	<i>Tổng hợp chuyển vị - nội lực DW500 (VP SJC hiện hữu)</i>			
	Chuyển vị ngang lớn nhất	cm	4	
	Giá trị moment (TH bao)	kNm/m	399	
	Giá trị lực cắt (TH bao)	kN/m	218	
	<i>Tổng hợp chuyển vị - nội lực DW500 (via hệ đường Phùng Khắc Khoan)</i>			
	Chuyển vị ngang lớn nhất	cm	4.1	
	Giá trị moment (TH bao)	kNm/m	420	
	Giá trị lực cắt (TH bao)	kN/m	226	
	<i>Tổng hợp phản lực thanh chống Shoring</i>			
	Thanh chống Shoring lớp 1	kN	1870	$L_{spacing} = 7m$
	Thanh chống Shoring lớp 2	kN	2267	$L_{spacing} = 7m$

2.3.3. Tính toán lưu lượng và số lượng giếng bơm hạ MNN



Hình 17. Ứng xử dòng thấm ở giai đoạn thi công đào đất đến đáy móng bê



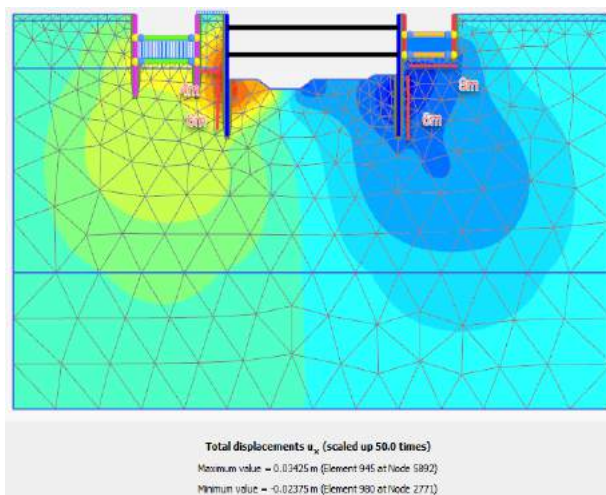
Hình 18. Kết quả lưu lượng dòng nước qua đáy hố đào

Nhận xét:

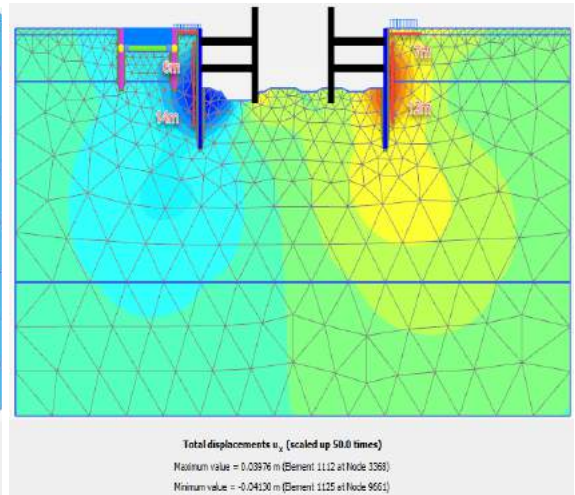
- Lưu lượng thấm (trên 1m) theo kết quả tính toán: $Q = 4.1 \text{ (m}^3\text{/day/m)}$;
- Tổng lưu lượng thấm trên toàn bộ công trình: $\text{Sum}Q = 4.1 \times (36+28) = 262.4 \text{ (m}^3\text{/day)}$.
- Với bán kính hiệu quả của bơm tầm 15m và công suất từ 5-7 Hp, số lượng giếng bố trí dự trừ là 4 giếng. Do đó lưu lượng bơm hàng ngày của 1 bơm là: $Q_a = 262.4 \div 4 = 67 \text{ (m}^3\text{/day)}$.

2.3.4. Đánh giá phạm vi ảnh hưởng của hố đào

2.3.4.1. Phạm vi vùng ảnh hưởng



Hình 19. Phạm vi vùng ảnh hưởng ở mặt cắt tính toán 1 – 1 (Bên trái: giáp UBND Quận 1, bên phải: giáp nhà biệt thự 26)

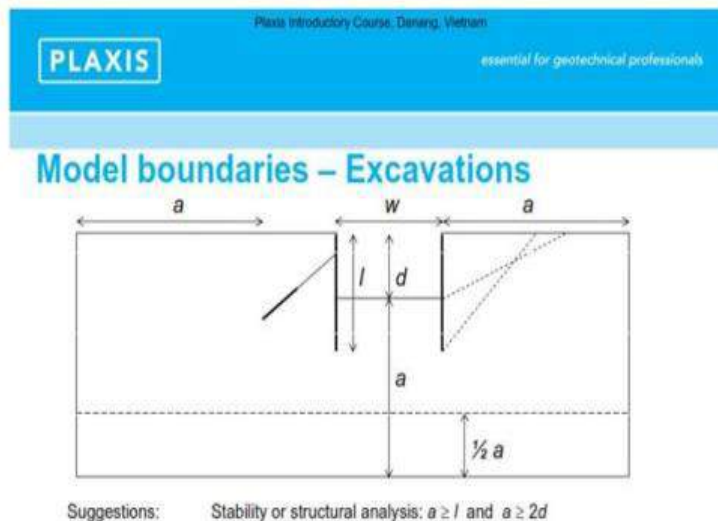


Hình 20. Phạm vi vùng ảnh hưởng ở mặt cắt tính toán 2 – 2 (Bên trái: giáp VP SJC hiện hữu, bên phải: giáp vỉa hè Phùng Khắc Khoan)

2.3.4.2. Cơ sở kết quả đánh giá tính toán

- Dựa vào chuyển vị của đất nền xung quanh trong quá trình đào đất, phạm vi ảnh hưởng từ vị trí biên hố đào đến các công trình lân cận và hạ tầng hiện hữu tối đa là: 8m.

- Dựa vào nhiều kết quả nghiên cứu thực nghiệm, Plaxis khuyến cáo trong hướng dẫn sử dụng (Plaxis Introductory Course), có nội dung thể hiện trên Hình 2-20.



Hình 21. Biên ảnh hưởng của bài toán hố đào sâu

– Biên ảnh hưởng của bài toán hố đào sâu trong đất thường lớn hơn hoặc bằng 2 lần chiều sâu hố đào, hoặc lớn hơn hoặc bằng 1 lần chiều dài tường vây của hố đào. Điều này đồng nghĩa với việc phạm vi ảnh hưởng tối đa từ mép hố đào đến phạm vi đất nền xung quanh: $R = 2 \times H = 2 \times 9 = 18m$ hoặc $R = 1 \times L = 1 \times 18 = 18m$.

Nhận xét: Kết quả phân tích biên ảnh hưởng trong công tác đào đất thi công tầng hầm nằm trong phạm vi giới hạn là 18 mét.

3. Kết luận và kiến nghị

3.1. Kết luận

- Hệ tường vây DW500, hệ chống Shoring và dầm biên đảm bảo khả năng chịu lực.
- Chuyển vị ngang dự đoán lớn nhất của tường vây DW500 (UBND quận 1): 3.4cm.
- Chuyển vị ngang dự đoán lớn nhất của tường vây DW500 (Nhà biệt thự 26): 2.3cm.
- Chuyển vị ngang dự đoán lớn nhất của tường vây DW500 (VP SJC hiện hữu): 4cm.
- Chuyển vị ngang dự đoán lớn nhất của tường vây DW500 (Vĩa hè Phùng Khắc Khoan): 4.1cm.

– Số lượng giếng bố trí dự trù là 4 giếng công suất từ $(5 \div 7)$ Hp, lưu lượng bơm hàng ngày của 1 bơm là: $Q_a = 262.4 / 4 = 67 (m^3/day)$.

– Biên ảnh hưởng trong công tác đào đất thi công tầng hầm nằm trong phạm vi giới hạn là 18 mét.

3.2. Kiến nghị

- Kiến nghị giới hạn chuyển vị tường vây DW500: $U_{xmax} = H_{đào} / 150 = 9 / 150 = 6cm$;
- Trong quá trình thi công đào đất, yêu cầu quan trắc chuyển vị ngang của hệ tường vây DW600. Đồng thời chú trọng thường xuyên công tác quan trắc lún nghiêng công trình lân cận;

- Nếu xảy ra trường hợp chuyển vị lớn bất thường so với ngưỡng cảnh báo thì phải báo cho các bên liên quan có biện pháp xử lý kịp thời;
- Một số biện pháp phòng tránh được kiến nghị như sau: Dừng công tác thi công đào đất, nếu nguy cấp cần phải lấp đất lại; Tăng cường hệ thanh chống để tăng tính ổn định trong quá trình đào đất; Kiểm soát được tình hình, tính toán gia cường an toàn mới tiến hành thi công các bước tiếp theo; Hệ thanh chống Shoring phải được thi công đầy đủ theo đúng chi tiết.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Chang-Yu Ou (2006). *Deep Ecavation_Theory and Practice*. Taylor & Francis Grpup. London, UK.
2. Ngô Đức Trung (2015). *Phân tích chuyển vị tường chắn ổn định hố đào sâu*. Trường Đại học Bách Khoa, Đại học Quốc gia TP HCM.
3. Nguyễn Uyên (2005). *Thiết kế và xử lý hố móng*. NXB Xây dựng.
4. Plaxis 2D V8.5 (2019). Tutorial Manual (Hướng dẫn sử dụng).

TÍNH TOÁN CẦU KIẾN CHỊU UỐN XOẮN THEO TCVN 5574:2012 VÀ ACI318M-08

Đỗ Thị Ngọc Tam¹

1. Trường Đại học Thủ Dầu Một.

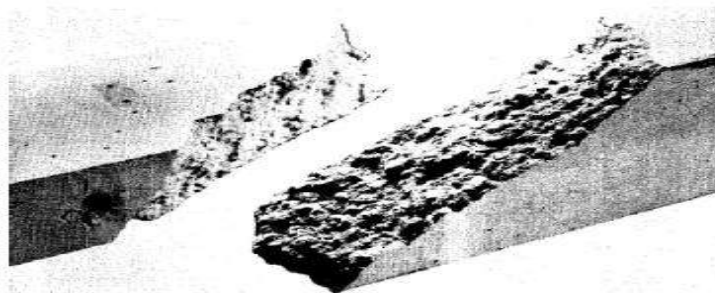
Tóm tắt

Mô men xoắn xuất hiện trong kết cấu là do tải trọng tác dụng lệch trục dọc gây xoắn, do kích thước hình học hoặc do sự liên kết giữa chúng. Trong thiết kế dầm, hầu như khi tính toán người ta chỉ quan tâm đến momen uốn và lực cắt mà lãng quên moment xoắn. Khả năng chịu xoắn của bê tông cốt thép kém hơn so với khả năng chịu uốn, trong nhiều trường hợp momen xoắn tuy không lớn cũng gây ra ảnh hưởng đáng kể, làm xuất hiện khe nứt. Bài báo phân tích sự làm việc chịu xoắn của các cầu kiện trong kết cấu bê tông cốt thép theo TCVN 5574:2012 và theo tiêu chuẩn Mỹ ACI 318M-08, đưa ra ví dụ minh họa theo hai tiêu chuẩn trên và so sánh kết quả.

1. Đặt vấn đề

Trong các kết cấu bê tông cốt thép, thường gặp các cầu kiện chịu uốn xoắn đồng thời, ví dụ như dầm đỡ ban công, các bản sàn có dạng công xôn, dầm công xôn, dầm vòng, cầu thang xoắn,... hoặc các cầu kiện khác khi mà lực tác dụng lên chúng không nằm trong mặt phẳng đi qua trục dọc của chúng. Mô men xoắn có xu hướng làm xoắn các cầu kiện quanh trục dọc của các cầu kiện này. Tuy nhiên, ít khi các cầu kiện chỉ chịu xoắn thuần túy mà trong phần lớn các trường hợp, chúng chịu tác động xoắn kết hợp đồng thời với cắt và uốn.

Khi tính toán xoắn cho cầu kiện theo tiêu chuẩn Việt Nam TCVN 5574:2012 (Tiêu chuẩn xây dựng Việt Nam, 2012) tuy đáp ứng về yêu cầu thiết kế nhưng còn nhiều yếu tố chưa được xem xét, phân tích một cách rõ ràng để có thể đánh giá đúng mức và hiệu quả. Ngoài ra, có rất nhiều công trình nước ngoài đầu tư vào nước ta nên việc thiết kế tính toán theo tiêu chuẩn nước ngoài cần được sử dụng. Đề tài “Tính toán cầu kiện chịu uốn xoắn theo TCVN 5574:2012 và ACI318M-08” nhằm giúp các nhà thiết kế lưu ý khi sử dụng tiêu chuẩn Việt Nam và tiêu chuẩn nước ngoài để tính toán và kiểm tra.



Hình 1. Mặt cắt phá hoại trong cầu kiện xoắn thuần túy
(Thomas T.C. Hsu, 1968)

Trong đó:

δ, λ - các tỷ số cạnh tiết diện tương ứng song song và vuông góc với đường giới hạn vùng chịu nén;

$$\delta = \frac{b}{2h+b} \quad (5)$$

$$\lambda = \frac{c}{b}; c \leq 2h+b \quad (6)$$

φ_w - hệ số quan hệ giữa cốt thép ngang và cốt thép dọc;

$$\varphi_w = \frac{R_{sw} A_{sw}}{R_s A_s} \frac{b}{s} \quad (7)$$

Giá trị φ_w cần được hạn chế trong khoảng:

$$\varphi_{w,\min} \leq \varphi_w \leq \varphi_{w,\max} \quad (8)$$

$$\varphi_{w,\min} = \frac{0.5}{1 + M / 2\varphi_w M_u} \quad (9)$$

$$\varphi_{w,\max} = 1.5 \left(1 - \frac{M}{M_u} \right) \quad (10)$$

Nếu $\varphi_w \leq \varphi_{w,\min}$ thì $R_s A_s$ trong (3) giảm xuống là $(R_s A_s) \times (\varphi_w / \varphi_{w,\min})$

Trong các công thức dùng các ký hiệu sau:

b – kích thước cạnh song song vùng nén;

h – kích thước cạnh vuông góc với đường giới hạn vùng nén;

$A_{s'}$ – diện tích cốt thép dọc đặt theo cạnh b trong vùng nén;

A_s – diện tích cốt thép dọc đặt theo cạnh b đối diện vùng nén;

h_0 – khoảng cách từ trọng tâm A_s đến mép vùng nén;

R_s, R_{sc} – cường độ tính toán về kéo và nén của cốt thép dọc;

R_{sw} – cường độ tính toán cốt thép ngang;

A_{sw1} – diện tích tiết diện của một thanh cốt đai nằm ở cạnh phía cốt thép A_s của sơ đồ đang xét;

s – khoảng cách của cốt đai;

M – mômen uốn, ở sơ đồ 2 lấy $M = 0$, ở sơ đồ 3 lấy M với dấu trừ;

M_u – mô men uốn lớn nhất mà tiết diện thẳng góc với trục dọc cấu kiện chịu được;

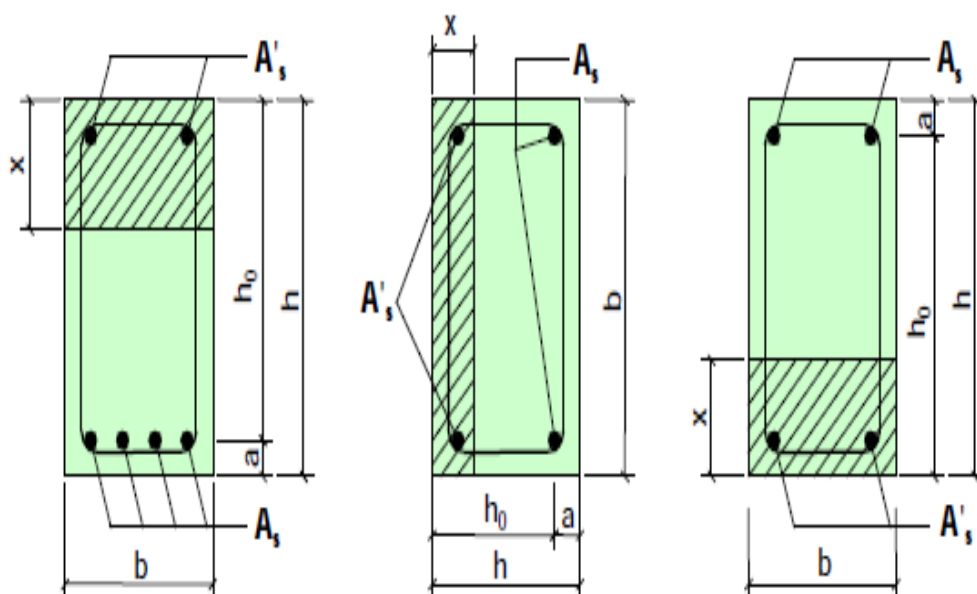
φ_p, χ – được xác định theo từng sơ đồ.

TCVN 5574:2012 đưa ra ba sơ đồ để tính M_{gh} của tiết diện vành, các sơ đồ ứng với vùng nén khác nhau.

Sơ đồ 1: Cạnh bị nén do uốn của cấu kiện.

Sơ đồ 2: Cạnh của cấu kiện song song với mặt phẳng tác dụng của mômen uốn.

Sơ đồ 3: Cạnh bị kéo do uốn của cấu kiện.



Sơ đồ 1

Sơ đồ 2

Sơ đồ 3

Hình 3. Sơ đồ vị trí vùng nén của tiết diện vênh (Phan Quang Minh và nnk, 2016)

Trong TCVN 5574:2012 không có quy định khi nào không cần tính theo sơ đồ 3. Tuy nhiên, theo Phạm Quang Minh, Ngô Thế Phong, Nguyễn Đình Cống chỉ cần tính theo sơ đồ 3 trong những đoạn dầm có mômen xoắn tương đối lớn hơn mômen uốn:

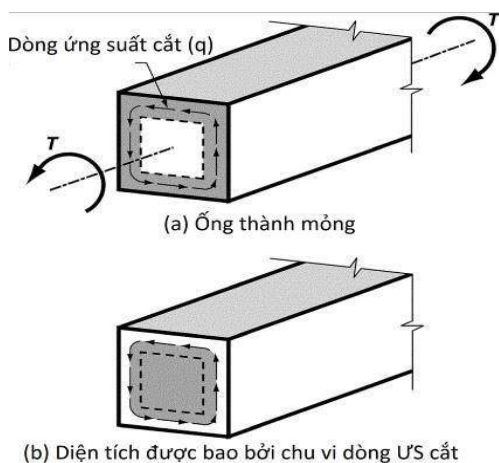
$$M_t > 2M \frac{b}{2h+b} \text{ hay } M = 0 \quad (11)$$

Hình 4 là sơ đồ tóm tắt tính toán cấu kiện chịu uốn – xoắn theo TCVN 5574:2012.

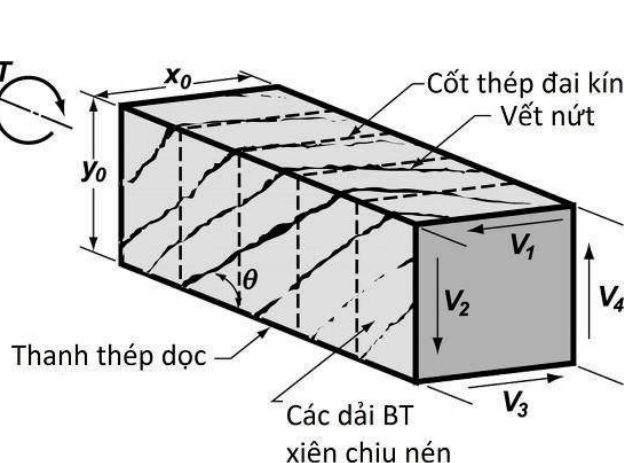
2.2. Theo tiêu chuẩn Mỹ ACI318M-08

Khi tính toán tiết diện ta dựa trên các giả thiết sau:

Việc tính toán xoắn trong ACI 318M-08 dựa trên mô hình ống thành mỏng (Hình 5) và mô hình giàn ảo (Hình 6) trước và sau khi nứt (ACI 318M-08; Lê Minh Long, 2012).

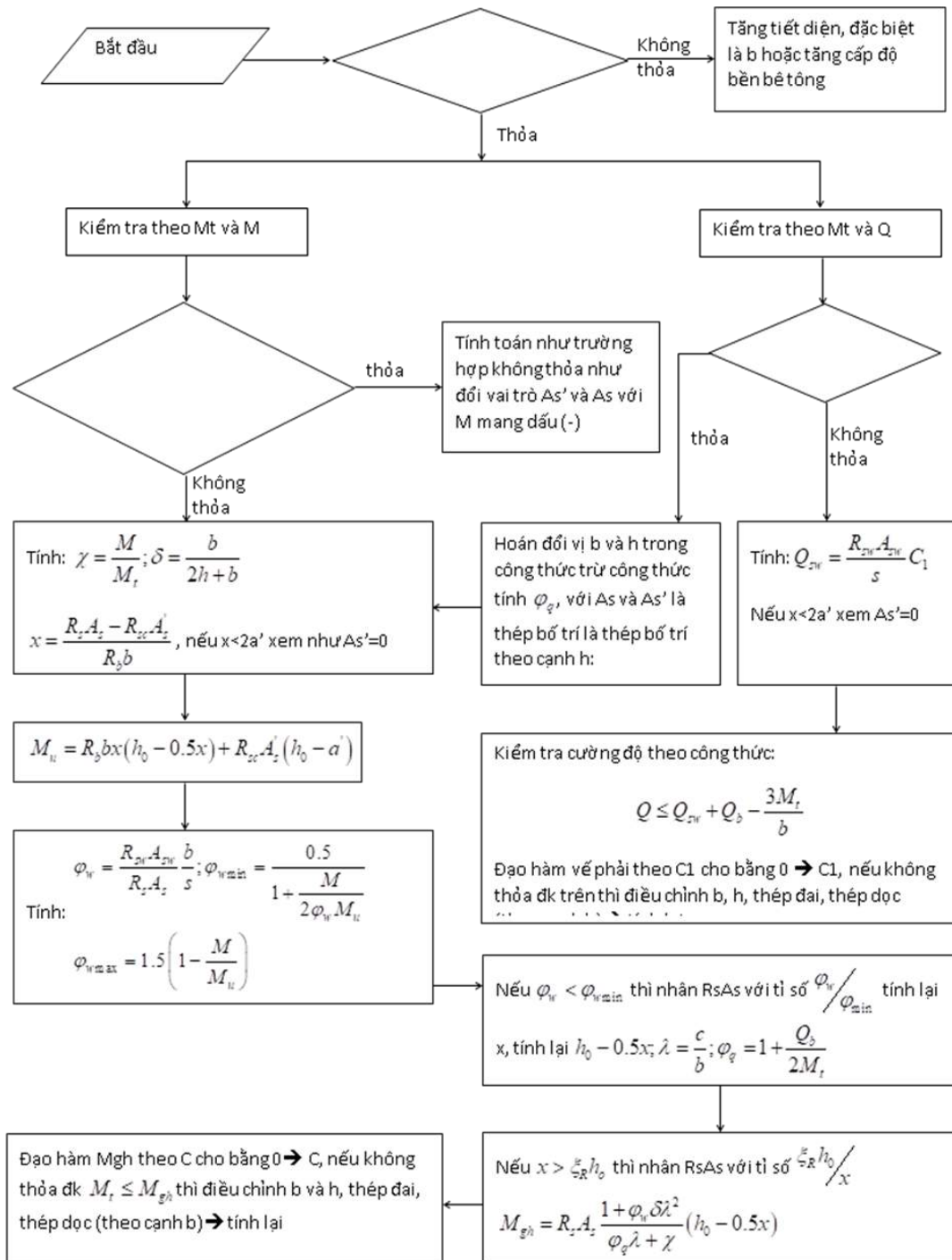


Hình 5. Mô hình ống thành mỏng



Hình 6. Mô hình giàn ảo

Khi tính toán thiết kế bỏ qua phần lõi của tiết diện đặc. Dầm được mô hình hóa dưới dạng ống thành mỏng. Xoắn được chịu bởi dòng ứng suất cắt không đổi tác dụng vòng quanh đường trục của ống như trên Hình 5.

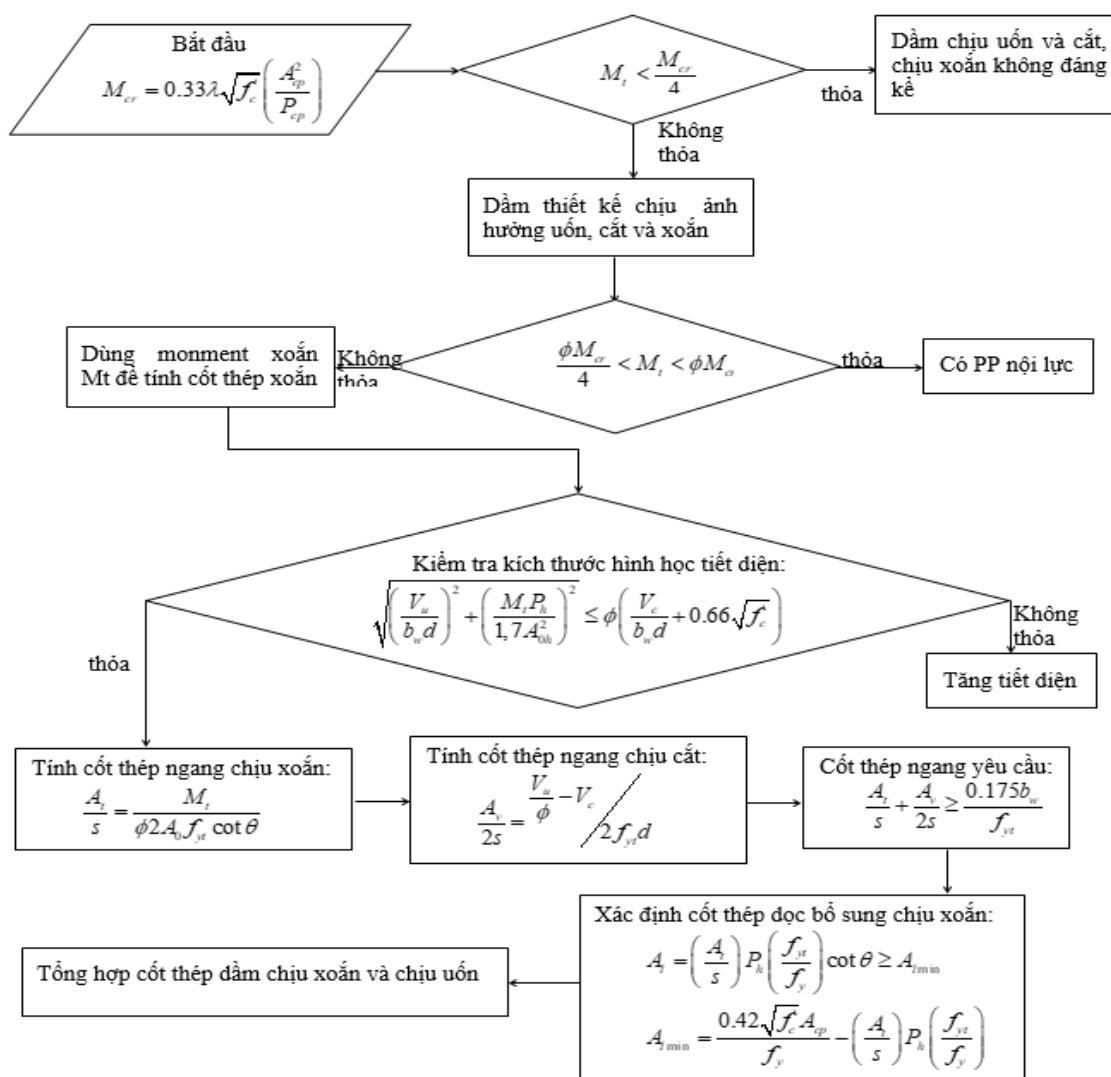


Hình 4. Sơ đồ tóm tắt tính toán cấu kiện chịu uốn – xoắn theo TCVN 5574:2012

Khi dầm chịu mô men xoắn, có ứng suất kéo chính $q \geq 4\sqrt{f'_c}$ thì xuất hiện các vết nứt xiên bao quanh dầm. Sau khi nứt, ống được mô hình hóa dưới dạng giàn ảo không gian như trên Hình 6. Trong dàn ảo này, các thép đai khép kín và thanh thép dọc chịu kéo, các dây bê

tông xiên nghiêng một góc θ chịu nén. Lực trong các phần tử này xác định từ các điều kiện cân bằng, sử dụng để tính toán.

Trong các công thức dùng các ký hiệu sau: A_v - diện tích cốt thép đai chịu cắt của một nhánh; A_t - diện tích cốt thép đai chịu xoắn của một nhánh; P_h - chu vi phần tiết diện được bao bởi đường trục của cốt thép đai ngoài cùng; A_{0h} - diện tích được giới hạn bởi đường đi qua trục của cốt thép ngang chịu xoắn; M_t - mô men xoắn do ngoại lực gây ra tại tiết diện xem xét đã được nhân với hệ số tải trọng (vượt tải); M_{cr} - mô men xoắn gây nứt; d - chiều cao hiệu dụng của tiết diện; f_y - giới hạn chảy trong cốt thép; b_w - chiều rộng tiết diện đầm đặc; V_c - lực cắt do bê tông chịu; V_u - lực cắt đã nhân hệ số tải trọng; f'_c - cường độ chịu nén của mẫu trụ chuẩn (đường kính 150 mm và chiều cao 300 mm); f_y - cường độ chảy dẻo của thép chịu uốn; f_{yt} - cường độ chảy dẻo của thép chịu xoắn; A_{cp} - diện tích tiết diện đầm chính; P_{cp} - chu vi của tiết diện đầm chính; S - khoảng cách đai, khi chịu xoắn không được lớn hơn $P_h/8$ hoặc 300 mm; khi chịu cắt không được lớn hơn $d/2$ hoặc 600 mm.



Hình 7. Sơ đồ tóm tắt tính toán cấu kiện chịu uốn – xoắn theo ACI318M-08

3. Ví dụ tính toán

Nội lực tại một vị trí dầm tiết diện chữ nhật $25 \times 40 \text{ cm}$, bê tông cấp B20, cốt dọc nhóm AII, cốt đai nhóm AII, mômen uốn là $M = 6T_m = 600000 \text{ daNcm}$, mômen xoắn $M_t = 2T_m = 200000 \text{ daNcm}$ và lực cắt $Q = 5T = 5000 \text{ daN}$. Chọn, bố trí cốt thép tại vị trí mặt cắt này.

3.1. Tính toán theo TCVN 5574-2012

B20 có $R_b = 11.5 \text{ MPa} = 115 \text{ daN/cm}^2$, $\xi_R = 0.62$ (bê tông nặng, $\xi_R = 0.85$)

AII có $R_s = R_{sc} = 280 \text{ MPa} = 2800 \text{ daN/cm}^2$

Chọn $a = 4 \text{ cm}$, $h_0 = h - a = 40 - 4 = 36 \text{ cm}$

Xác định A_s theo bài toán tính cốt đơn với $\gamma = 0.8$

$$\varphi_w = \frac{M}{R_s \gamma h_0} = \frac{600000}{2800 \times 0.8 \times 36} = 7.44 \text{ cm}^2$$

Chọn $A_s = 4\phi 18 = 10.18 \text{ cm}^2$

Chọn bề dày bê tông bảo vệ 2.5 cm , cốt đai $\phi 10$:

$$a = 20 + 10 + 18/2 = 39 \text{ mm} = 3.9 \text{ cm}$$

Chọn thép vùng nén $2\phi 14$ có $A'_s = 3.08 \text{ cm}^2$. Thép đặt giữa cạnh $2\phi 14$.

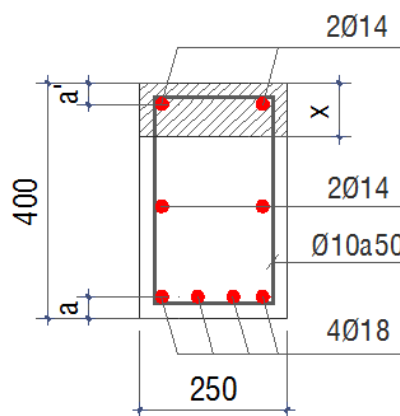
Cốt thép đai $\phi 10$, khoảng cách $s = 5 \text{ cm}$ có $A_{sw} = 0.785 \text{ cm}^2$

Tính các hệ số:

$$\chi = \frac{M}{M_t} = \frac{600000}{200000} = 3$$

$$\delta = \frac{b}{(2h + b)} = \frac{25}{(2 \times 40 + 25)} = 0.238$$

$$\varphi_p = 1$$



Hình 8. Mặt cắt dầm kiểm tra theo sơ đồ 1

Kiểm tra điều kiện về ứng suất nén chính:

$$M_t = 200000 \text{ daNcm} < 0.1 R_b b^2 h_0 = 0.1 \times 115 \times 25^2 \times 40 = 287500 \text{ daNcm}$$

Kiểm tra theo tiết diện vênh:

$$M_t = 200000 \text{ daNcm} < 2M \frac{b}{2h+b} = 2 \times 600000 \times \frac{25}{2 \times 40 + 25} = 285714 \text{ daNcm}$$

⇒ Vị trí mặt cắt này kiểm tra theo sơ đồ 1, không cần kiểm tra sơ đồ 3.

$$a' = 20 + 10 + 14/2 = 37 \text{ mm} = 3.7 \text{ cm}$$

$$x = \frac{R_s A_s - R_{sc} A'_s}{R_b b} = \frac{2800 \times 10.18 - 2800 \times 3.08}{115 \times 25} = 6.915 \text{ cm} < 2a' = 7.4 \text{ cm}$$

$$M_u = R_b b x (h_0 - 0.5x) + R_{sc} A'_s (h_0 - a') \\ = 115 \times 25 \times 6.915 (36 - 6.915/2) + 2800 \times 3.08 \times (36 - 3.7) = 925520 \text{ daNcm} = 9.26 \text{ Tm}$$

$$\varphi_w = \frac{R_{sw} A_{sw}}{R_s A_s} \frac{b}{s} = \frac{2800 \times 0.785}{2800 \times 10.18} \times \frac{25}{5} = 0.386$$

$$\varphi_{wmin} = \frac{0.5}{1 + \frac{M}{2\varphi_w M_u}} = \frac{0.5}{1 + \frac{600000}{2 \times 0.386 \times 925520}} = 0.272$$

$$\varphi_{wmax} = 1.5 \left(1 - \frac{M}{M_u} \right) = 1.5 \times \left(1 - \frac{600000}{925520} \right) = 0.528$$

$$\varphi_{wmin} \leq \varphi \leq \varphi_{wmax}$$

$$\lambda = \frac{c}{b} = \frac{c}{25}; \varphi_q = 1; M_{gh} = R_s A_s \frac{1 + \varphi_w \delta \lambda^2}{\varphi_q \lambda + \chi} (h_0 - 0.5x)$$

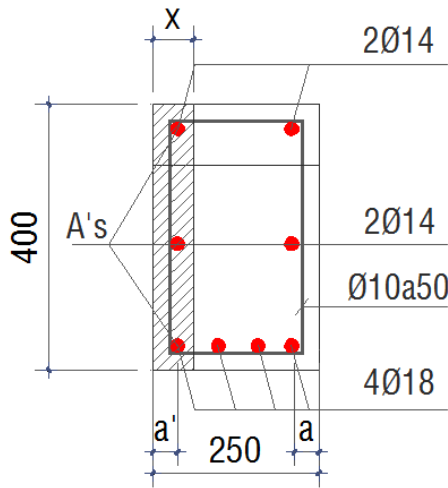
Đạo hàm bậc nhất M_{gh} theo c , cho bằng không, ta có: $\lambda = 1.458$:

$$M_{gh} = R_s A_s \frac{1 + \varphi_w \delta \lambda^2}{\varphi_q \lambda + \chi} (h_0 - 0.5x) \\ = 2800 \times 10.18 \times \frac{1 + 0.386 \times 0.238 \times 1.458^2}{1 \times 1.458 + 3} (36 - 0.5 \times 6.915) = 248708 \text{ daNcm}$$

$$M_t = 200000 \text{ daNcm} < M_{gh} \rightarrow \text{Cầu kiện đủ khả năng chịu lực.}$$

Kiểm tra theo sơ đồ 2:

$$M_t = 200000 \text{ daNcm} > 0.5Q \times b = 0.5 \times 5000 \times 25 = 62500 \text{ daNcm}$$



Hình 9. Mặt cắt dầm kiểm tra theo sơ đồ 2

B20 có $R_b = 11.5 \text{ MPa} = 115 \text{ daN/cm}^2$, $\xi_R = 0.62$ (bê tông nặng, $\xi_R = 0.85$)

AII có $R_s = R_{sc} = 280 \text{ MPa} = 2800 \text{ daN/cm}^2$

$$a = a' = 20 + 10 + 18/2 = 39 \text{ mm} = 3.9 \text{ cm}$$

$$A_s = A'_s = 1\phi 18 + 1\phi 14 + 1\phi 14 = 2.54 + 1.54 + 1.54 = 5.62 \text{ cm}^2.$$

Tính các hệ số:

$$\chi = \frac{M}{M_t} = 0$$

$$\delta = \frac{b}{(2h + b)} = \frac{40}{(2 \times 25 + 40)} = \frac{4}{9} = 0.444$$

$$x = 0, M_u = 0$$

$$\varphi_w = \frac{R_{sw} A_{sw} b}{R_s A_s s} = \frac{2800 \times 0.785}{2800 \times 5.62} \times \frac{40}{5} = 1.12$$

$$\varphi_{wmin} = \frac{0.5}{1 + \frac{M}{2\varphi_w M_u}} = \frac{0.5}{1 + \frac{600000}{2 \times 0.386 \times 925520}} = 0.5$$

$$\varphi_{wmax} = 1.5 \left(1 - \frac{M}{M_u} \right) = 1.5 \times \left(1 - \frac{600000}{925520} \right) = 1.5$$

$$\varphi_{wmin} \leq \varphi \leq \varphi_{wmax}$$

$$\lambda = \frac{c}{b} = \frac{c}{40}; \varphi_q = 1 + \frac{Qh}{2M_t} = 1 + \frac{5000 \times 40}{2 \times 600000} = 1.104;$$

$$M_{gh} = R_s A_s \frac{1 + \varphi_w \delta \lambda^2}{\varphi_q \lambda + \chi} (h_0 - 0.5x)$$

Đạo hàm bậc nhất M_{gh} theo c , cho bằng không, ta có: $\lambda = 1.414$.

$$M_{gh} = R_s A_s \frac{1 + \varphi_w \delta \lambda^2}{\varphi_q \lambda + \chi} (h_0 - 0.5x)$$

$$= 2800 \times 5,62 \times \frac{1 + 1.12 \times 0.444 \times 1.414^2}{1.104 \times 1.414 + 0} (21 - 0.5 \times 0) = 422160 daNcm$$

$$M_t = 200000 daNcm < M_{gh} \rightarrow \text{Cầu kiện đủ khả năng chịu lực.}$$

3.2. Tính toán theo ACI 318M-08

A_{cp} là diện tích tiết diện dầm, $A_{cp} = 250 \times 400 = 100000 mm^2$

P_{cp} là chu vi tiết diện dầm, $P_{cp} = 2 \times (250 + 400) = 1300 mm$

$$M_{cr} = 0.33 \lambda \sqrt{f'_c} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) = 0.33 \times 1 \times \sqrt{25} \times \left(\frac{100000^2}{1300} \right) = 12692308 Nmm = 12.7 KNm$$

$$M_t = 20 KNm > \frac{M_{cr}}{4} = 3.175 KNm \rightarrow \text{Thiết kế dầm chịu uốn, cắt và xoắn.}$$

$$\frac{\phi M_{cr}}{4} = \frac{0.75 \times 12.7}{4} = 2.38 kNm < M_t = 20 kNm < \phi M_{cr} = 0.75 \times 12.7 = 9.525 kNm$$

$\Rightarrow$ Không thỏa, tính xoắn trên toàn tiết diện.

Kiểm tra kích thước hình học:

Lớp bê tông bảo vệ là 20mm, cốt đai d10 nên:

$$A_{bh} = 200 \times 350 = 70000 mm^2 = 700 cm^2$$

$$p_h = 2 \times (200 + 350) = 1100 mm = 110 cm$$

$$V_c = 0.17 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d = 0.17 \times 1 \times \sqrt{25} \times 250 \times 361 = 76712.5 N = 76.7 kN$$

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d} \right)^2 + \left(\frac{M_t P_h}{1.7 A_{bh}^2} \right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 0.66 \sqrt{f'_c} \right)$$

$$\sqrt{\left(\frac{50000}{250 \times 361} \right)^2 + \left(\frac{20000000 \times 1100}{1.7 \times 70000^2} \right)^2} = 2.64 N/mm^2 \leq 0.75 \left(\frac{76712.5}{250 \times 361} + 0.66 \sqrt{25} \right) = 3.1125 N/mm^2$$

$\Rightarrow$ Kích thước tiết diện thỏa điều kiện không chế.

Xác định cốt đai chịu xoắn:

$$A_b = 0.85 A_{bh} = 0.85 \times 200 \times 350 = 59500 mm^2 = 595 cm^2$$

$$\theta = 45^\circ$$

$$\frac{A_t}{s} = \frac{M_t}{\phi 2 A_b f_{yt} \cot \theta} = \frac{20000000}{0.75 \times 2 \times 59500 \times 295 \times \cot 45} = 0.76 mm^2 / mm / \text{nhánh}$$

Xác định cốt đai chịu cắt:

$$\frac{A_v}{2s} = \frac{\frac{V_u}{\phi} - V_c}{2f_{yt}d} = \frac{\frac{50000}{0.75} - 76712.5}{2 \times 295 \times 361} = -0.047 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

⇒ Bê tông đủ khả năng chịu cắt → $A_v = 0 \text{ mm}^2/\text{mm}$

Xác định cốt đai chịu xoắn và cắt:

$$\frac{A_t}{s} + \frac{A_v}{2s} = 0.76 + 0 = 0.76 \geq \frac{0.175b_w}{f_{yt}} = \frac{0.175 \times 250}{295} = 0.15 \text{ mm}^2/\text{mm/nhánh}$$

Với thép đai d10 có $A_s = 78.54 \text{ mm}^2$ nên $s = 78.54 / 0.76 = 103 \text{ mm}$ → chọn $s = 100 \text{ mm}$.

Kiểm tra khoảng cách tối đa cho phép của cốt đai:

+ Khi chịu xoắn: s không được lớn hơn $P_h/8 = 1100/8 = 137.8 \text{ mm}$ hoặc 300 mm ;

+ Khi chịu cắt: s không được lớn hơn $d/2 = 361/2 = 180.5 \text{ mm}$ hoặc 600 mm ;

Vậy chọn khoảng cách cốt đai $s = 100 \text{ mm}$.

Xác định cốt dọc bổ sung chịu xoắn:

$$A_{t_{\min}} = \frac{0.42\sqrt{f'_c}A_{cp}}{f_y} - \left(\frac{A_t}{s}\right)P_h\left(\frac{f_{yt}}{f_y}\right)$$

$$= \frac{0.42 \times \sqrt{25} \times 100000}{295} - 0.76 \times 1100 \times \left(\frac{295}{295}\right) = -124 \text{ mm}^2 = 0 \text{ mm}^2$$

$$A_t = \left(\frac{A_t}{s}\right)P_h\left(\frac{f_{yt}}{f_y}\right)\cot\theta = 0.76 \times 1100 \times \left(\frac{295}{295}\right) \times 1 = 836 \text{ mm}^2 > A_{t_{\min}}$$

Cốt dọc chịu xoắn phân bố đều theo chu vi của cốt đai kín với khoảng cách tối đa 300 mm . Chọn 6 thanh → diện tích mỗi thanh: $836/6 = 139.3 \text{ mm}^2$. Chọn thép d14.

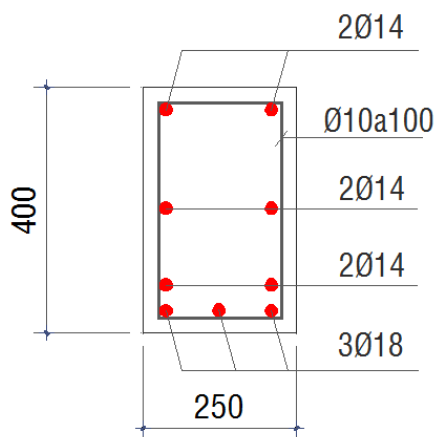
Xác định cốt dọc chịu uốn:

$$R_n = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{60000000}{0.9 \times 250 \times 361^2} = 2.046$$

$$\rho = \frac{0.85f'_c}{f_y} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2R_n}{0.85f'_c}}\right) = \frac{0.85 \times 25}{295} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 2.046}{0.85 \times 25}}\right) = 0.0073$$

$$A_s = \rho b d = 0.0073 \times 250 \times 361 = 658.825 \text{ mm}^2$$

Chọn 3d18 có $A_s = 763 \text{ mm}^2$



Hình 10. Mặt cắt dầm bố trí thép dầm khi tính theo ACI 318M-08

4. Kết luận

Báo cáo đã nêu rõ được quy trình tính toán cốt thép khi cấu kiện chịu đồng thời nội lực uốn, xoắn và cắt theo TCVN 5574-2012 và tiêu chuẩn ACI 318M-08. Qua đó, tác giả nhận thấy được khi tính toán theo TCVN 5574-2012 thì phức tạp, cần thực hiện kiểm tra vênh nhiều sơ đồ, và chưa xác định cụ thể được diện tích cốt thép chịu ứng với từng thành phần nội lực mà chỉ là chọn thép và thử dần. Ngược lại khi tính toán theo ACI318M-08 thì tính toán đơn giản hơn và có thể xác định được cốt thép cụ thể ứng với từng thành phần nội lực.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. ACI 318M-08: American Concrete Institute (ACI), *Building code requirements for structural concrete*.
2. Lê Minh Long (2012). Tính toán cấu kiện chịu xoắn theo ACI 318M-08. *Tạp chí KHCN Xây dựng*.
3. Phan Quang Minh, Ngô Thế Phong, Nguyễn Đình Cống (2006), *Kết cấu bê tông cốt thép*, NXB Khoa học và kỹ thuật.
4. Tiêu chuẩn xây dựng Việt Nam (2012), TCVN 5574:2012, *Kết cấu bê tông và bê tông cốt thép - Tiêu chuẩn thiết kế*, NXB Xây Dựng.

TÍNH TOÁN HỆ SỐ TẬP TRUNG CƯỜNG ĐỘ ỨNG SUẤT CHO TẤM CHỮ NHẬT CÓ VẾT NỨT CHỊU KÉO Ở HAI ĐẦU BẰNG PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN MỞ RỘNG

Nguyễn Nhật Phi Long¹, Hồ Sỹ Hùng¹, Trần Văn Điền², Trần Thiện Huân¹

1. Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật TP HCM, 2. Trường Đại học Trà Vinh,

Tóm tắt

Thông qua việc sử dụng lý thuyết cơ học phá hủy, hệ số tập trung cường độ ứng suất cần phải được tính toán chính xác nhằm có cơ sở mô phỏng quá trình phát triển vết nứt. Bài báo trình bày việc sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn mở rộng để tính toán hệ số tập trung cường độ ứng suất cho tấm chữ nhật có vết nứt chịu kéo ở hai đầu. Phương pháp này cho phép vết nứt được thể hiện một cách độc lập với lưới phần tử và do đó không cần chia lại lưới phần tử khi mô phỏng vết nứt phát triển. Các kết quả nghiên cứu chứng minh được tính đúng đắn, hiệu quả của phương pháp phần tử hữu hạn mở rộng và có thể dự đoán sự lan truyền vết nứt cho tấm chữ nhật có vết nứt chịu kéo ở hai đầu và là cơ sở áp dụng rộng rãi cho các bài toán phổ biến.

1. Giới thiệu

Cơ học phá hủy là một lĩnh vực của cơ học, chuyên nghiên cứu sự hình thành của vết nứt trên vật liệu của kết cấu. Cơ học phá hủy là một lĩnh vực đóng vai trò quan trọng trong việc cải thiện hiệu suất cơ học của vật liệu và các thành phần cơ học của kết cấu. Cơ học phá hủy còn nghiên cứu về độ bền tuổi thọ của vật liệu, chi tiết máy hoặc cấu kiện khi có các vết nứt. Trong những năm gần đây, phương pháp phần tử hữu hạn mở rộng xuất hiện như một kỹ thuật hiệu quả trong việc phân tích những vấn đề của vết nứt. Phương pháp này ngày càng được sử dụng rộng rãi như một phương pháp khả thi trong mô hình vết nứt phát triển dưới giả thuyết của cơ học rạn nứt đàn hồi tuyến tính. Nguyên tắc của phương pháp phần tử hữu hạn mở rộng là kết hợp những hàm mở rộng vào những phần tử suy biến để tính chuyển vị ở gần đỉnh vết nứt.

Các công trình ở nước ngoài tập trung vào cơ chế phá hủy và ứng xử của vết nứt, quá trình hình thành và phát triển trường ứng suất - biến dạng ở lân cận vết nứt, phạm vi nghiên cứu rất rộng, vừa có tính lý thuyết vừa có tính thực tiễn, nhằm thiết lập mô hình, cho phép đánh giá và dự đoán khả năng chống phá hủy của vật liệu trong các điều kiện chịu lực, nhiệt độ, áp suất, và môi trường khác nhau (Hibbitt và cs, 2006; Al-Mukhtar và cs, 2009; Carl E. Cross và cs, 2011; Ahmad Ivan Karayan và cs, 2012; Yan và cs, 1999; Mohammadi, 2008).

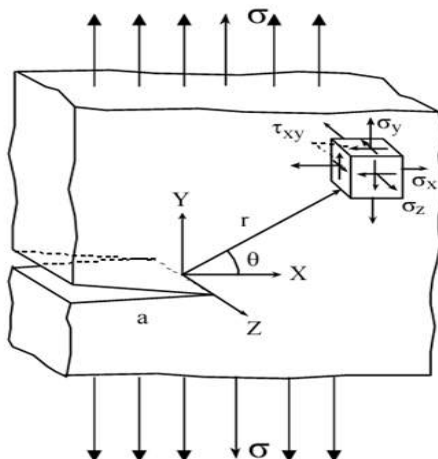
Trên cơ sở lý thuyết xấp xỉ và rời rạc hóa phần tử hữu hạn mở rộng, chúng tôi tính hệ số cường độ ứng suất trên phương pháp tích phân tương tác cho một trường hợp cụ thể, và tiến hành mô phỏng, chưa dựa trên cơ sở thực nghiệm (Trương Tích Thiện và cs, 2010; Vũ Công Hòa và cs, 2010; Loc V. Tran và cs, 2013; Tran Trung Dung và cs, 2013).

2. Cơ sở lý thuyết

2.1. Ứng suất tập trung tại đỉnh vết nứt và hệ số tập trung ứng suất (hệ số cường độ ứng suất) (Anderson, 1995; Hosford, 2005; Mohammadi, 2008)

Hàm ứng suất Westergaard:

Khi vết nứt xuất hiện, tại vùng gần đỉnh vết nứt xuất hiện ứng suất tập trung, để biểu thị cho mức độ tập trung của ứng suất tại gần đỉnh vết nứt người ta dùng hệ số K, gọi là hệ số tập trung ứng suất (hệ số cường độ ứng suất).



Hình 1. Phân bố ứng suất tập trung đầu vết nứt (Anderson, 1995)

Ứng suất tập trung tại đỉnh vết nứt:

$$\sigma_x = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \quad (1)$$

$$\sigma_y = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \quad (2)$$

$$\tau_{xy} = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (3)$$

Đối với ứng suất phẳng:

$$\sigma_z = 0 \quad (4)$$

Đối với biến dạng phẳng:

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \quad (5)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0 \quad (6)$$

Hệ số tập trung ứng suất K:

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0, \theta=0} \sigma_y \sqrt{2\pi r} \quad (7)$$

2.2. Xấp xỉ trong phương pháp phần tử hữu hạn mở rộng

Khảo sát một điểm x thuộc miền phần tử, xấp xỉ chuyển vị tại x:

$$u_i(x) = u_i^{fem} + u_i^{enr} = \sum_{i \in N_e} N_i(x) u_i + \sum_{j \in N^{enr}} \bar{N}_j(x) \psi(x) a_j \quad (8)$$

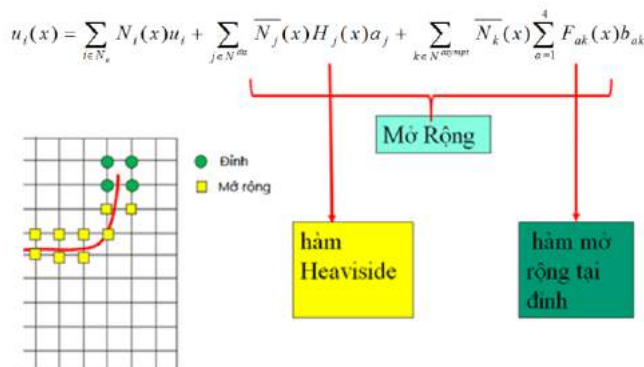
Trong mô hình vết nứt phẳng:

$$u_i(x) = \sum_{i \in N_e} N_i(x)u_i + \sum_{j \in N^{dis}} \overline{N}_j(x)H_j(x)a_j + \sum_{k \in N^{asympt}} \overline{N}_k(x) \sum_{\alpha=1}^4 F_{\alpha k}(x)b_{\alpha k} \quad (9)$$

N_e , N^{dis} , N^{asympt} lần lượt là tập các nút không mở rộng, tập các nút bị chia cắt bởi vết nứt và tập các nút chứa đỉnh vết nứt;

$b_{\alpha k}$ là bậc tự do mở rộng dưới của hàm $F_{\alpha k}$ tại nút k .

Tùy theo từng trường hợp mà chọn các hàm mở rộng phù hợp.



Để thuận tiện trong tính toán xấp xỉ, phương trình (9) đưa về dạng sau:

$$u_i(x) = u_i^{fem} + u_i^{enr} = \sum_{i \in N_e} N_i(x)u_i + \sum_{k=1}^5 \sum_{j \in N^{enr}} \overline{N}_j(x)\psi^k(x)a_j^k \quad (10)$$

$k = (1 \div 4)$: hàm mở rộng là hàm mở rộng tại đỉnh;

$k = 5$: hàm mở rộng là hàm Heaviside.

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi^1 = F_1 = \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \\ \psi^2 = F_2 = \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \\ \psi^3 = F_3 = \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \cos \theta \\ \psi^4 = F_4 = \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \cos \theta \\ \psi^5 = H_j \text{sign}(\Phi(x)) \end{array} \right. \quad (11)$$

3. Ví dụ tính toán

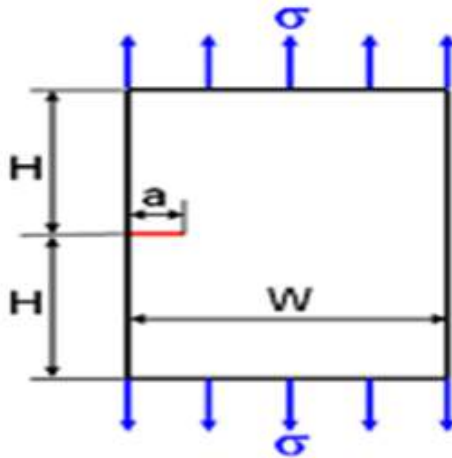
Xét tấm hình chữ nhật có vết nứt chịu kéo ở hai đầu như Hình 2.

Chiều dài $H = 0.4$ m, chiều rộng $W = 0.3$ m, chiều dài vết nứt $a = 0.1$ m.

Đặc trưng vật liệu: mô-đun đàn hồi $E = 2.5 \times 10^{11}$ N/m², hệ số Poisson $\nu = 0.3$.

Ứng suất kéo ở hai đầu $\sigma = 10^4$ N/m².

Phân tích phần tử hữu hạn được thực hiện trong trường hợp biến dạng phẳng.



Hình 2. Tấm hình chữ nhật có vết nứt chịu kéo ở hai đầu (Anderson, 1995)

Hệ số tập trung ứng suất chính xác (Anderson, 1995):

$$K_{IC} = f\left(\frac{a}{W}\right)\sigma\sqrt{\pi a} \quad (12)$$

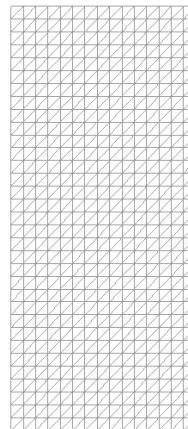
Trong đó:

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = 1.12 - 0.231\left(\frac{a}{W}\right) + 10.55\left(\frac{a}{W}\right)^2 - 21.72\left(\frac{a}{W}\right)^3 + 30.39\left(\frac{a}{W}\right)^4 \quad (13)$$

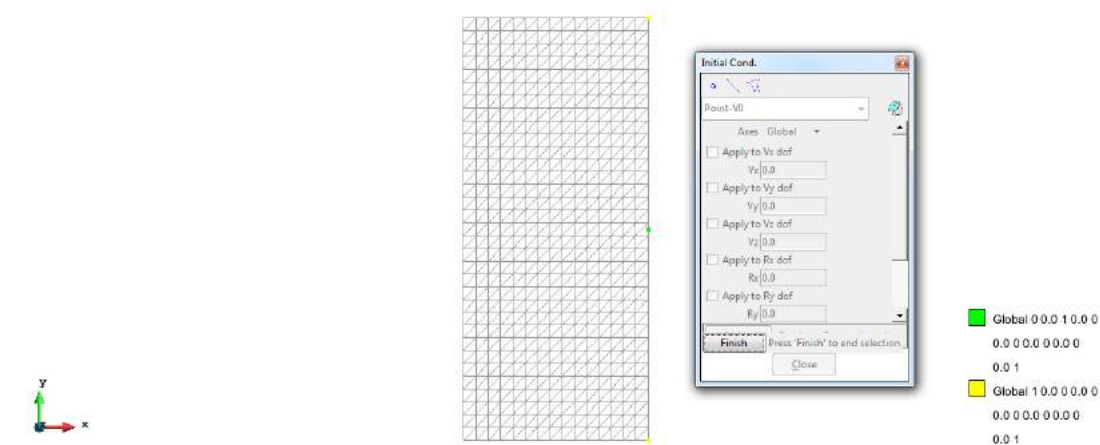
$$\Rightarrow K_{IC} = 9.1076 \quad (\text{psi}\sqrt{\text{in}}) \quad (14)$$

Bảng 1. Kích thước lưới và số phần tử

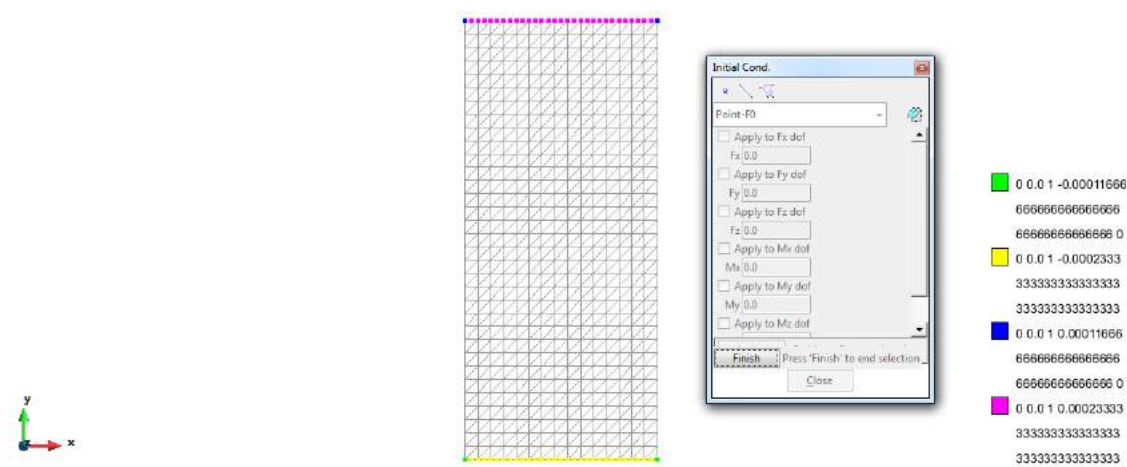
Lưới	Kích thước	Số phần tử 2DT6
Lưới 1	15 × 33	990
Lưới 2	75 × 165	24750
Lưới 3	135 × 297	80190
Lưới 4	195 × 429	167310



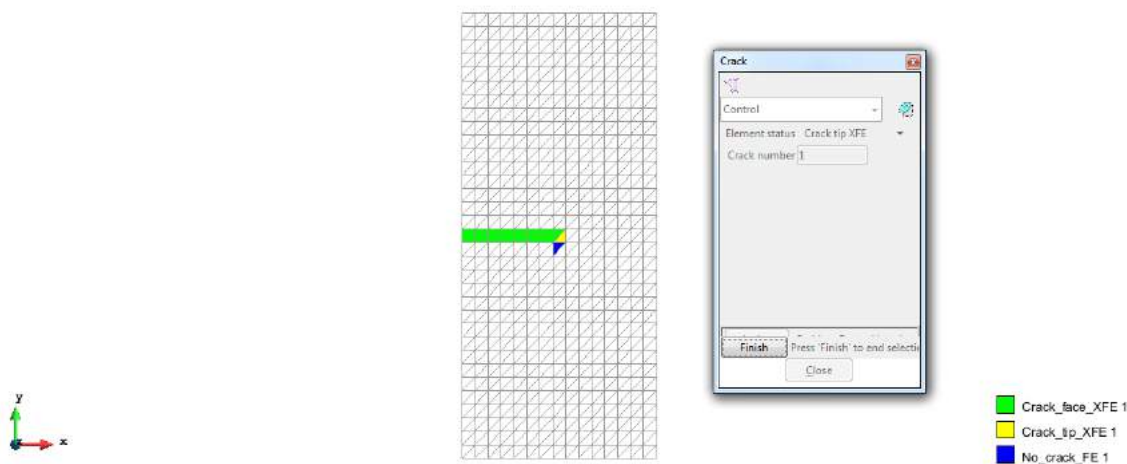
Hình 3. Cấu trúc lưới 1 (kích thước 15 × 33)



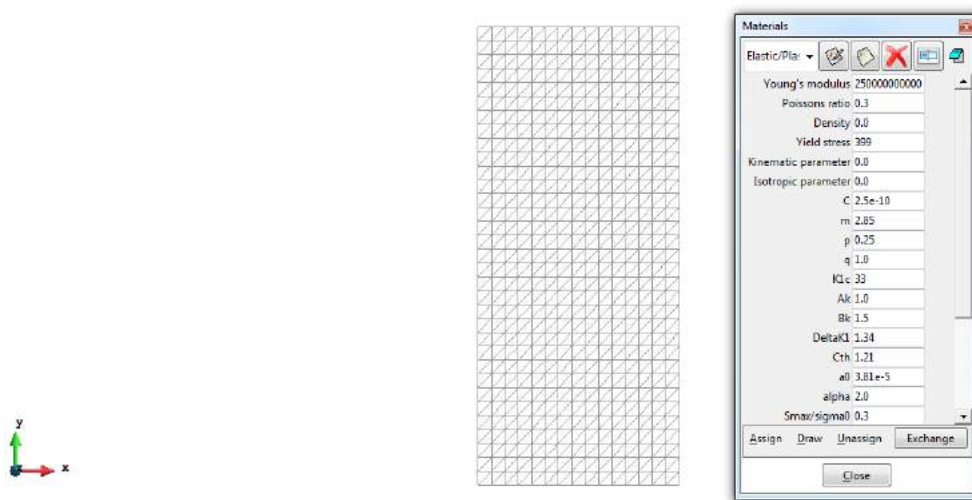
Hình 4. Gán điều kiện cho các nút bị ràng buộc cho lưới 1



Hình 5. Gán điều kiện cho các nút chịu ứng suất tác dụng cho lưới 1



Hình 6. Gán điều kiện các phần tử chứa vết nứt cho lưới 1

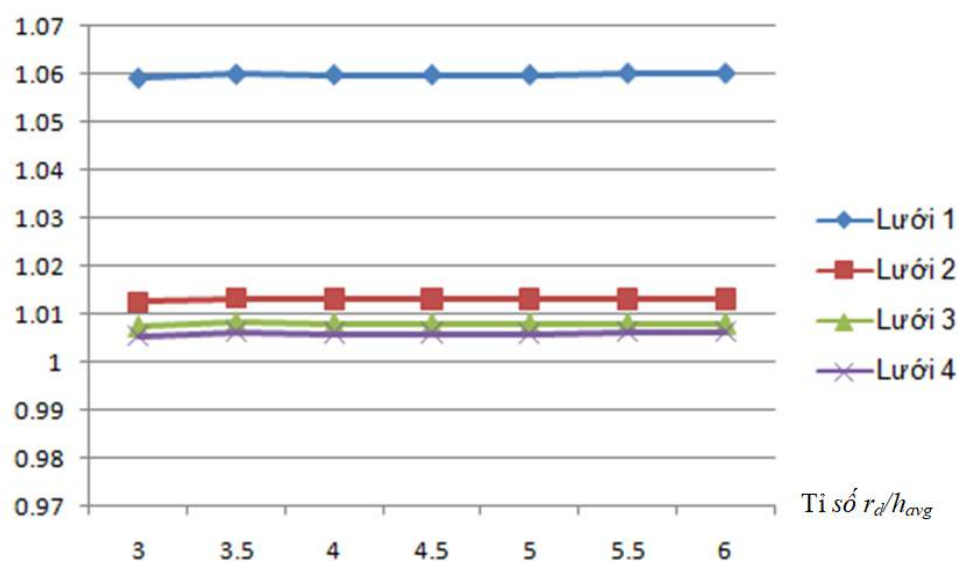


Hình 7. Gán thông số vật liệu cho lưới 1

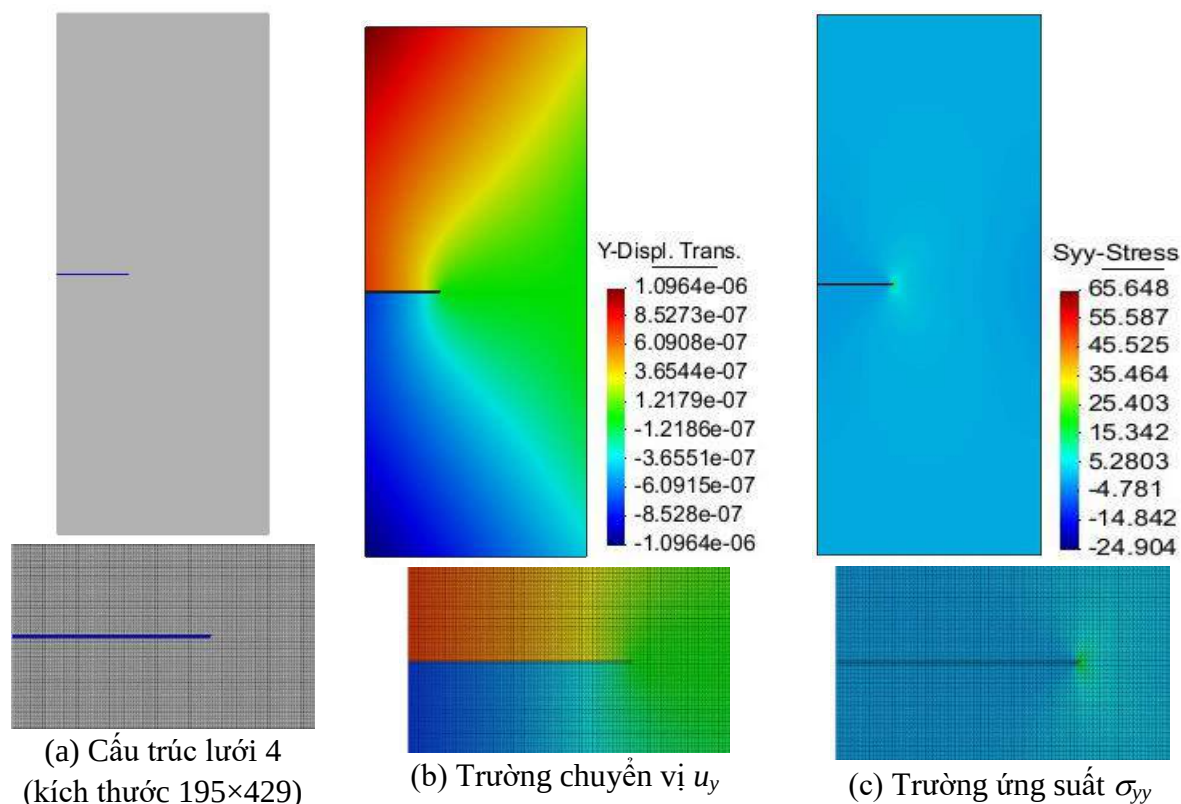
Bảng 2. Tỷ số r_d/h_{avg} và giá trị K_{IC} chuẩn hóa cho 4 lưới

r_d/h_{avg}	Lưới 1	Lưới 2	Lưới 3	Lưới 4
3.0	1.0593	1.0126	1.0075	1.0055
3.5	1.0601	1.0133	1.0083	1.0063
4.0	1.0600	1.0131	1.0081	1.0061
4.5	1.0600	1.0131	1.0080	1.0061
5.0	1.0600	1.0131	1.0080	1.0060
6.0	1.0603	1.0132	1.0081	1.0062

Giá trị K_I chuẩn hóa



Hình 8. Quan hệ giữa tỷ số r_d/h_{avg} và giá trị K_{IC} chuẩn hóa cho 4 lưới



Hình 9. Kết quả mô phỏng số

4. Kết luận

Bài báo đã trình bày việc tính toán hệ số tập trung cường độ ứng suất cho tấm chữ nhật có vết nứt chịu kéo ở hai đầu bằng phương pháp phần tử hữu hạn mở rộng. Kết quả nghiên cứu cho thấy tính hiệu quả của phương pháp được đề xuất và là cơ sở trong việc dự đoán sự lan truyền vết nứt cho các bài toán phổ biến trong thực tế.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Ahmad Ivan Karayan, Deni Ferdian, Sri Harjanto, Dwi Marta Nurjaya, Ahmad Ashari and Homero Castaneda (2012). *Finite Element Analysis Applications in Failure Analysis: Case Studies*. licensee InTech.
2. Carl E. Cross, N. Coniglio, P. Schempp, and M. Mousavi (2011), Critical Conditions for Weld Solidification Crack Growth, J. Lippold et al. (eds.), *Hot Cracking Phenomena in Welds III*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-16864-2>).
3. Hibbitt, Karlsson and Sorensen, Inc. (2000). Probabilistic analysis of weld cracks in center-cracked tension specimens. *Computers and Structures*, 76, pp. 483-506.
4. Loc V. Tran, V.P. Nguyen, L.V. Hai, Tran Minh Thi and H. Nguyen-Xuan (2013). An assessment of limit loads of cracked structures using extended isogeometric analysis. *Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers: HUSCAP*.
5. M. Al-Mukhtar, S. Henkel, H. Biermann, P.Hübner (2009). A Finite Element Calculation of Stress Intensity Factors of Cruciform and Butt Welded Joints for Some Geometrical Parameters. *Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering*, 3, pp. 236-245.

6. M. Yan, H. Nguyen-Dang (1999). Limit analysis of cracked structures by mathematical programming and finite element technique. *Computational Mechanics*, Springer-Verlag, 24, pp. 319-333.
7. S. Mohammadi (2008). *Extended Finite Element Method for Fracture Analysis of Structures*. Blackwell Publishing Ltd.
8. S. Mohammadi (2008). *Extended Finite Element Method for Fracture Analysis of Structures*. Blackwell Publishing Ltd.
9. TL. Anderson (1995). *Fracture Machine - Fundamental and Applications - 3rd Edition*. CRC press, Boca Raton, Florida, USA.
10. Tran Trung Dung, Le Van Canh, Lam Phat Thuan (2013). An xfem based kinematic limit analysis formulation for plane strain cracked structures using SOCP. *Journal of Science Ho Chi Minh City Open University*, 3(8).
11. Trương Tích Thiện, Trần Kim Bằng (2010). Mô phỏng sự lan truyền vết nứt trong không gian hai chiều. *Science & Technology Development*, 13, K5.
12. Vũ Công Hòa, Nguyễn Công Đạt (2010). Ứng dụng phần tử hữu hạn mở rộng trong việc tính toán hệ số cường độ ứng suất. *Tạp chí phát triển KH&CN*, 13, K5.
13. William F. Hosford (2005). *Mechanical Behavior of Materials*. Cambridge University Press.